木構造を有する符号を用いた通信路符号化の 復号アルゴリズムとその誤り特性に関する研究

2014 年 3 月 大阪市立大学大学院 工学研究科

> もりしま ゆう 森島 佑

概要

近年における通信技術への需要の高まりや応用範囲の拡大などに対し、より高速、高信頼な通信システムを実現する上で通信路符号化が重要となる。通信路符号化に用いられる誤り訂正符号のうち畳込み符号などの木構造を有する符号は応用上重要な符号のクラスである。本論文では、木構造を有した符号として、畳込み符号、Spinal 符号、符号語分割にもとづくレートレス符号を対象とし、その誤り特性について検討した。

置込み符号は通信システム等に広く用いられる誤り訂正符号であり、誤り率についての解析的な検討は数学的な困難さから十分になされていない。また、解析においてもパスメモリ長が無限であるとの仮定や、妨害成分として加法性白色ガウス雑音通信路を想定するなど、理想的な条件が仮定される場合が多い。本論文では、パスメトリックの確率質量に注目することでパスメモリ長が有限である場合、フェージングが存在する場合の評価方法を提案した。また、干渉対策として修正メトリックを用いる場合における解析的な誤り率の評価法を検討し、判定変数のモーメントとモーメント法を用いることで誤り率を解析的に評価した。

次に、Spinal 符号の特性を改善する復号アルゴリズムついて検討した。Spinal 符号における復号アルゴリズムは符号木の動的探索問題とみなすことができるが、従来の復号法においてはアルゴリズムについて十分に検討していない。Spinal 符号における符号木にもとづく復号法は、畳込み符号と逐次復号における復号アルゴリズムと同様の性質を有していると考えられる。そこで、本論文では、復号アルゴリズムとして、パス収束に注目したスライディングブロック復号法の適応を検討し、収束したパスのみについて判定を行うことで情報ビット長が短い場合に伝送効率を改善する復号法を提案した。また、システムの複雑性低減に関して、従来法におけるソート処理をしきい値にもとづくアルゴリズムに置き換えることで、復号における計算複雑性を低減可能であることを示した。加えて、従来のしきい値復号では最適なしきい値を設定するために信号対雑音電力比などの通信路に関する情報が必要であったが、受信シンボル数を用いることで、通信路についての情報が不要なしきい値復号法を提案し、通信路状態の推定が不要でかつ、複雑性を低減するしきい値復号法が構成可能であることを示した。

さらに、ブロック符号が木構造で表せる点に着目することで、符号語分割にもとづく レートレス符号の構成法を提案し、その特性について明らかにした.

目 次

第1章	序論	1
第2章	トランケーションを考慮した畳込み符号の誤り率厳密解析	5
2.1	緒言	5
2.2	トランケーション誤りを考慮した誤り率導出アルゴリズム	6
	2.2.1 誤り率導出アルゴリズム	6
	2.2.2 トランケーション誤りの評価	11
2.3	フェージング通信路における誤り率導出アルゴリズム	13
2.4	結言	14
第3章	修正メトリックを用いたビタビ復号の誤り率特性解析	21
3.1	緒言	21
3.2	干渉抑圧方式	22
3.3	ガウス通信路におけるスレッショルドと誤り率特性	26
3.4	干渉通信路におけるビット誤り率解析	26
	3.4.1 ユニオン上界	26
	3.4.2 モーメント法	30
	3.4.3 誤り率特性	35
3.5	結言	42
第 4 章	Spinal 符号におけるスライディングブロック復号法	43
4.1	緒言	43
4.2	Spinal 符号とその復号法	45

	4.2.1 Spinal 符号の符号化	45
	4.2.2 Spinal 符号の復号法	49
4.3	パス収束を考慮した復号法	49
	4.3.1 パス収束と終端シンボル	49
	4.3.2 スライディングブロック復号法	50
4.4	結言	52
第5章	Spinal 符号におけるしきい値復号法	57
5.1	緒言	57
5.2	しきい値アルゴリズムによる復号法	58
	5.2.1 T-アルゴリズム	59
	5.2.2 メトリック値にもとづくしきい値アルゴリズム	60
	5.2.3 特性評価	63
5.3	受信シンボル数にもとづくしきい値復号法	64
5.4	結言	72
第6章	符号語分割にもとづくレートレス符号	74
6.1	緒言	74
6.2	符号語分割にもとづくレートレス符号の構成法	74
6.3	連接符号の構成法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	77
6.4	結言	81
第7章	結論	82
参考文献	χ	85
発表文献	x	96
付録 メ	トリックリミッタの積分領域	98

図目次

2.1	システムモデル	6
2.2	2 状態トレリスにおける生き残りパス	7
2.3	生き残り状態の遷移 (拘束長=2)	15
2.4	確率質量の収束・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	16
2.5	確率質量の遷移とトランケーション誤りへの寄与	17
2.6	ビット誤り確率 $(T=1, AWGN)$	18
2.7	ビット誤り確率 $(T=2, AWGN)$	18
2.8	パスメモリ長 T に対するビット誤り率 $(AWGN)$	19
2.9	ビット誤り確率 $(T=1, \nu I)$ レイリーフェージング)	19
2.10	ビット誤り確率 $(T=2, \nu I)$ レイリーフェージング)	20
2.11	パスメモリ長 T に対するビット誤り率 $($ レイリーフェージング $)$ \dots \dots	20
3.1	修正メトリックとスレッショルド	25
3.2	スレッショルドと誤り率 (受信振幅リミティング)	27
3.3	スレッショルドと誤り率 (パンクチャリング)	27
3.4	スレッショルドと誤り率 (メトリックリミティング)	28
3.5	複素平面上における $s_t,s_t',oldsymbol{w}$	32
3.6	メトリックリミティングの積分領域	34
3.7	SIR= -5dB (受信振幅 , メトリックリミティング)	36
3.8	SIR= -10dB (受信振幅 , メトリックリミティング)	36
3.9	SIR= -15dB (受信振幅 , メトリックリミティング)	37
3.10	SIR=-5dB (パンクチャリング、メトリックリミティング)	40

3.11	SIR=-10dB (パンクチャリング, メトリックリミティング)	40
3.12	SIR=-15dB (パンクチャリング, メトリックリミティング)	41
3.13	修正メトリックの干渉抑圧特性	41
4.1	s_t の状態遷移 \dots	45
4.2	送信シンボルのマッピング	46
4.3	サブブロックへの分割	53
4.4	スライディングブロック復号法	54
4.5	情報ビット長 $N_{msg}=256$ におけるレート \dots	55
4.6	情報ビット長 $N_{msg}=128$ におけるレート \dots	55
4.7	情報ビット長 $N_{msg}=64$ におけるレート	56
4.8	情報ビット長 N_{msg} に対するレートの差 \dots	56
5.1	B_M に対するレート R	61
5.2	T_{th} に対する平均生き残りパス数 \ldots	62
5.3	p_e に対する平均生き残りパス数 \dots	62
5.4	各復号アルゴリズムのレート (AWGN)	64
5.5	各復号アルゴリズムのレート (受信シンボル数にもとづくしきい値復号)	67
5.6	各復号アルゴリズムのレート $(\lambda = 0.1, SIR=0[dB])$	68
5.7	各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.1,\mathrm{SIR}=-5[\mathrm{dB}])$	68
5.8	各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.01,\mathrm{SIR}=0[\mathrm{dB}])$	69
5.9	各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.01,\mathrm{SIR}=-5[\mathrm{dB}])$	69
5.10	各復号アルゴリズムのレート (レイリーフェージング)	72
6.1	符号語分割を用いた符号器の構成	76
6.2	$(32,12,10)$ プロック符号を用いた構成 \dots	78
6.3	SNR に対する情報レート $(N_{msg}=24,N_k=3)$	78
6.4	SNR に対する情報レート (ブロック符号, 符号語分割)	79
6.5	CRC を誤り検出に用いた連接符号の構成	80

6.6	情報レート	´CRC による誤り検出)	81
-----	-------	---------------	----

表目次

3.1	修正メトリックのスレッショルド値	42
5.1	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}({ m AWGN})$	65
5.2	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 \overline{B} (受信シンボル数にもとづくしきい値	
	復号)	66
5.3	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路 $,\lambda=0.1,{ m SIR}=0[{ m dB}])$	70
5.4	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路 $,\lambda=0.1,{ m SIR}=-5[{ m dB}])$	70
5.5	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路 $,\lambda=0.01,{ m SIR}=0[{ m dB}])$.	70
5.6	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路 $,\lambda=0.01,{ m SIR}=$ - $5[{ m dB}]) .$	71
5.7	${ m SNR}$ に対する平均生き残りパス数 \overline{B} (レイリーフェージング) $\dots \dots$	71

第1章 序論

近年における情報通信技術への需要の増加や応用範囲の拡大などに対して、高速、高信頼な通信を実現するために通信路符号化に関連する技術の重要性が高まっている。通信路符号化では、誤り訂正符号を用いることで通信途中に生じる情報の誤りを訂正し、通信システムの信頼性を向上させる。

誤り訂正符号は Shannon の通信路符号化定理 [1] により数学的な基礎を与えられると 同時に、誤り率を任意に小さくする符号が存在することが示されたが符号の構成法に関 しては示されなかった. これに対し、Peterson [2]、Berlekamp [3]、MacWilliams [4] らによ り代数的な構造にもとづくブロック符号が研究され、Hamming 符号 [5], Golay 符号 [6], Reed-Muller 符号などが提案され、その後 Bose-Chaudhuri-Hocquenghem(BCH) 符号 [7], Reed-Solomon 符号 [8-10] などのより強力な符号とその復号法についての研究がなされ た. これらのブロック符号に対し、Elias は符号語を逐次的に生成する畳込み符号 [11-15]を提案し、Viterbi によって効率よく復号可能なビタビアルゴリズム [16-19] が示された. ビタビアルゴリズムは、符号器の状態数が比較的小さい場合において、従来の逐次復号 法 [20,21] よりも効率良く復号を行うことが可能であり、 トレリスにもとづくブロック符 号の復号法 [22], BCJR アルゴリズムによる最大事後確率復号 [23], 連接符号 [24,25] の構 成法の発見に寄与した. その後、Ungerboeck は畳込み符号を用いたシステムにおける変 調と符号化を同時に考慮した Trellis Coded Modulation(TCM) [26-28] を提案し、これら は今日の無線 LAN [29] や携帯電話における通信規格 [30] 等においても広く採用されてい る. 畳込み符号の特性評価においては, 数学的な困難さからシミュレーションが用いられ る場合が多く,解析的な評価はあまり行われていない.解析的な評価法としては,誤り率 の上界、下界が用いられるが、これらの手法では信号対雑音電力比が小さな場合において は誤り率を評価できず、また、メモリ長など実システムにおける要素を拘束条件として考

慮していない.

これらの符号に対し、確率伝搬アルゴリズムにもとづく反復復号 [31-34] を基礎とする Turbo 符号 [35-40], Low Density Parity Check(LDPC) 符号 [41-46] などのグラフ上で定義される符号 [47-52] が近年、注目されている。 Turbo 符号は畳込み符号器をインターリーバを介して並列に連接した符号であり、LDPC 符号は疎な行列により定義される符号であり、これら符号の構造と特性はグラフ理論と確率伝搬によるメッセージパッシングとして説明される。 これらの符号は、次世代の携帯電話における通信規格 [30] などでも採用されている強力な誤り訂正能力を有する符号であり、昨今においては LDPC 符号に空間結合の考え方を導入した空間結合符号 [53-58] も同様に強力な誤り訂正能力を有している。

これらの誤り訂正符号の研究に対し、伝送効率の優れた通信システムの設計を目的とした概念として、レート適応 [59-62] は通信効率の向上において重要な技術である。レート適応では、通信路の状況が悪い場合には誤り訂正符号の冗長度を大きくし、良い場合には、冗長度を小さくすることで、適応的に通信効率を向上させる機構である。しかしながら、レート適応においては、通信路状況の情報が必要になり、通信路状況の推定機構が必要となる。

伝送効率を向上させる異なるアプローチとして、MacKay らはレートレス符号を提案した [63]. レートレス符号では復号に成功するまで追加のシンボルを送信し続けることで、自動的に最適な冗長度が決定される符号であり、Tornado 符号 [64]、Luby-Transform(LT)符号 [65]、LDPC 符号と LT 符号の連接符号である Raptor 符号 [66] などが提案されている。これらの符号はパケット通信などの消失通信路における符号として提案された符号であるが、近年では加法性白色ガウス雑音通信路への応用 [67] などが検討されている。また、通信路における伝送効率を向上させるために、多値数の大きな信号点配置を用いる場合、2元符号では、信号の復調において軟情報の損失が生じるため、多値信号に適した符号としては多元 LDPC 符号などが望ましい。この観点から LDPC 符号にもとづくレートレス符号なども提案されているが、LDPC 符号は復号において確率伝搬アルゴリズムにもとづく対数尤度の反復計算が必要となる。これに対し、2011年に Perry らによって提案された Spinal 符号 [68] は新たなクラスのレートレス符号であり、復号において対数尤度比の

反復計算を必要とせず、高密度の信号点配置で動作し優れた伝送効率を達成する符号である。Spinal 符号の復号は符号木にもとづく最尤復号法が用いられ、復号アルゴリズムは、符号木上の最小コストパス探索問題として定式化される。木探索アルゴリズムとしては幅優先探索アルゴリズムが用いられるが、動的探索におけるソートがボトルネックとなり得るなど、復号アルゴリズムにおいては改善の余地が残る。Spinal 符号の復号が状態空間の非常に大きな符号木における最小コストパス探索問題である点を考慮すると、従来の木構造を有する符号の復号法に用いられる手法が適応可能であると考えられ、また、符号化においても、ハッシュ関数を他のランダムな構造に置き換えることで高密度な信号点配置で動作するレートレス符号が構成可能であると考えられる。

本論文は、木構造を有する符号として畳込み符号、Spinal 符号、符号語分割にもとづくレートレス符号を対象とし、その復号法と誤り特性に関する研究についてまとめたものである。本章を含む全7章で構成され、第2章では、畳込み符号の誤り率厳密解析に関し、パスメトリックの確率質量を考慮することで、既存の誤り率厳密解析手法をパスメモリ長が有限である場合、通信路がフェージング通信路である場合に拡張可能であることを示す。

第3章では、通信路における電波干渉対策としてメトリックに修正が加えられる場合の 誤り率を解析的に評価する方法について検討し、判定変数のモーメントとモーメント法を 用いることで誤り率を解析的に評価する方法を提案する.

第4章では、Spinal 符号の復号アルゴリズムとして、パス収束に注目したスライディングブロック復号法の適応を検討し、収束したパスのみについて判定を行うことで情報ビット長が短い場合に伝送効率を改善する復号法を提案する.

第5章では、従来の復号アルゴリズムにおけるソート処理を、しきい値にもとづく木探索アルゴリズムに置き換えることで、復号における計算複雑性を低減可能であることを明らかにする。また、Spinal 符号のレートレス符号としての特徴に着目し、復号時における受信シンボル数にもとづいてしきい値を設定するアルゴリズムを提案する。その結果、提案手法を用いることで、従来のしきい値アルゴリズムにおいて必要であった信号対雑音電力比の推定が不要となるしきい値復号法を提案し、通信路状態の推定が不要でかつ、複雑性を低減するしきい値復号法が構成可能であることを示す。

第6章では、ブロック符号が木構造で表せる点に着目し、Spinal 符号における符号語分割による符号語の生成法を用いることで、ブロック符号と符号語分割にもとづくレートレス符号の構成法、および連接符号の構成法を提案し、その特性について明らかにする.

第7章では、本研究の結論および、今後の課題について説明する.

第2章 トランケーションを考慮した畳込 み符号の誤り率厳密解析

2.1 緒言

畳込み符号 [11] は Elias により提案された誤り訂正符号であり, 近年の通信システムに おいて広く用いられている.畳込み符号では入力される情報ビットに対して逐次的に符 号語が生成され, 復号法としてビタビアルゴリズム [69] を用いることで確率的に最適な 復号を効率良く行うことができる.畳込み符号に対してビタビアルゴリズムを用いて復 号した場合の誤り率特性の評価は数学的な取り扱いが難しく、シミュレーションにより評 価される場合が多い、解析的に誤り率を導出する手法としてはユニオン上界や下界によ る評価法が提案されているが、上界、下界によるアプローチ [16] においては、信号対雑音 電力比 (Signal to Noise power Ratio:SNR) が小さな場合において誤り率を厳密に評価す ることができない. 文献 [70] ではビタビ復号で用いるトレリス上のパスメトリック値を 確率変数として取り扱い、確率変数の確率密度関数 (Probability Density Function: pdf) を再帰的に更新することで厳密に誤り率を導出する手法が提案されている。しかしなが ら、これらの手法では復号に用いるパスメモリ長が無限である場合を想定しており、実環 境においてパスメモリ長が有限である場合の誤り率を厳密に求めることができず、特にパ スメモリ長が有限となる場合に特性劣化の要因となるトランケーション誤りの影響を評 価することができない. 本章では、文献 [70] における誤り率の厳密解析手法をパスメモリ 長が有限である場合に拡張することを目的とし、pdf の更新における確率質量を考慮する ことで、トランケーション誤りを考慮した2状態畳込み符号の誤り率を解析的に導出す る. また, 従来法においては通信路として加法性白色ガウス雑音通信路 (Additive White

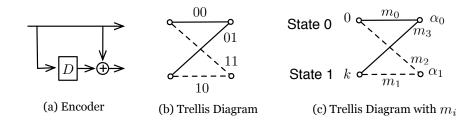


図 2.1: システムモデル

Gaussian Noise: AWGN) 通信路が仮定されていたが、解析において通信路出力の確率分布を考慮することでフェージング通信路に対しても解析手法が適応可能であることを明らかにする.

2.2 トランケーション誤りを考慮した誤り率導出アルゴリズム

本節では、文献 [70] におけるビット誤り率の導出アルゴリズムについて概説し、次に、 パスメモリが有限長の場合についてアルゴリズムを拡張する.

2.2.1 誤り率導出アルゴリズム

本論文では、拘束長 2、符号化率 $\frac{1}{2}$ 、生成多項式 G(D)=[1,1+D] の畳込み符号、2 状態軟判定ビタビ復号、変調方式として BPSK を用いるとする。送信シンボル $(u_{i,x},u_{i,y})=\{(+1,+1),(-1,+1),(-1,-1),(+1,-1)|i=0,1,2,3\}$ に対し、平均 0、分散 σ_0^2 の AWGN 通信路を仮定し、一般性を失わず符号器への入力を全時刻で 0 とすると、受信シンボル (x,y) の pdf は次式の 2 次元ガウス分布で表せる。

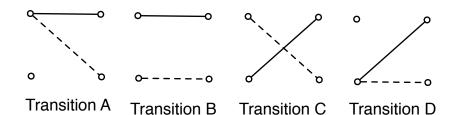


図 2.2: 2 状態トレリスにおける生き残りパス

$$h(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} \exp\left(-\frac{(x-1)^2 + (y-1)^2}{2\sigma_0^2}\right)$$
(2.1)

文献 [69] ではビタビ復号において受信信号の pdf をメトリックとして用いることで、確率的に最適な復号が可能であることが示されており、また、AWGN 通信路においては、送信信号と受信信号の自乗距離をメトリックとして用いても確率的に最適な復号が可能であることが示されている。本論文ではトレリスにおけるブランチメトリックとして次式で表される自乗距離を用いる。

$$m_i = (x - u_{i,x})^2 + (y - u_{i,y})^2$$
 (2.2)

図 2.1 は (a) 符号器, (b) 送信シンボルとトレリス図, (c) トレリスにおけるブランチメトリックを表したものである. 図中 (c) のように, 符号器状態 s_0, s_1 に対するパスメトリック値を 0, k と定義すると, 遷移後のメトリック値 α_0, α_1 は次式で与えられる.

$$\alpha_0 = \min\{m_0, k + m_3\} \tag{2.3}$$

$$\alpha_1 = \min\{m_2, k + m_1\} \tag{2.4}$$

このとき、ブランチの生き残り方は 4 通り存在し、それぞれを図 2.2 のように A,B,C,D と定義する. 時刻 t におけるパスメトリックの pdf $f^{(t)}(\alpha_0,\alpha_1)$ はデルタ関数 $\delta(\cdot)$ を用いて

次式で表せる.

$$f^{(t)}(\alpha_0, \alpha_1) = \begin{cases} \int \int_{C_1} \delta(\alpha_0 - m_0) \delta(\alpha_1 - m_2) f^{(t-1)}(k) h(x, y) dx dy dk \\ C_1 = \{(x, y, k) | (m_0 \le k + m_3) \land (m_2 \le k + m_1) \} \\ \int \int \int_{C_2} \delta(\alpha_0 - m_0) \delta(\alpha_1 - k - m_1) f^{(t-1)}(k) h(x, y) dx dy dk \\ C_2 = \{(x, y, k) | (m_0 \le k + m_3) \land (m_2 > k + m_1) \} \\ \int \int \int_{C_3} \delta(\alpha_0 - k - m_3) \delta(\alpha_1 - m_2) f^{(t-1)}(k) h(x, y) dx dy dk \\ C_3 = \{(x, y, k) | (m_0 > k + m_3) \land (m_2 \le k + m_1) \} \\ \int \int \int_{C_4} \delta(\alpha_0 - k - m_3) \delta(\alpha_1 - k - m_1) f^{(t-1)}(k) h(x, y) dx dy dk \\ C_4 = \{(x, y, k) | (m_0 > k + m_3) \land (m_2 > k + m_1) \} \end{cases}$$

$$(2.5)$$

さらに、pdf を再帰的に計算するために α_0, α_1 から α_0 を減じて正規化し、 $z=\alpha_1-\alpha_0$ と 変数変換するとパスメトリックの pdf は次式となり、

$$f^{(t)}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f^{(t)}(\alpha_0, z + \alpha_0) d\alpha_0$$
 (2.6)

ブランチメトリック m_i が x,y の関数であることを考慮すると、式 (2.5) はユニット関数 $U(\cdot)$ を用いて次式となる.

$$f^{(t)}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha_0, z | k, x, y) \\ \cdot h(x, y) f^{(t-1)}(k) dk dx dy d\alpha_0$$

$$(2.7)$$

$$g(\alpha_0, z | k, x, y) = \{ \delta(\alpha_0 - m_0) \cdot U(k + m_3 - m_0) + \delta(\alpha_0 - k - m_3) U(m_0 - k - m_3) \}$$

$$\{ \delta(z + \alpha_0 - m_2) U(k + m_1 - m_2) + \delta(z + \alpha_0 - k - m_1) U(m_2 - k - m_1) \}$$

$$(2.8)$$

続いて、時刻 t におけるノードの生き残り状態 $S_i(i=0,1,2,3)$ を図 2.3 のように定義する。図中の白いノードは時刻 t=0 において s_0 に接続されていることを示し、黒いノードは s_1 に接続されていることを示す。ここで時刻 t=0 のノードについてビット誤りが生じる場合を考えると、入力系列は全 0 系列を仮定しているため、時刻 t=0 のノード s_1 が生き残るとビット誤りが生じることになり、時刻 $t=1,2,\cdots,T$ においては S_1 の s_1 , S_2 の s_0 , S_3 の s_0 , s_1 のいずれかが生き残ると t=0 においてビット誤りが生じる。このとき、従来のビット誤り率導出アルゴリズムは以下で表される。

step 1) 定常状態における pdf の導出

 $f^{(0)}(z)=\delta(z)$ とし、 $f^{(t)}(z)$ が定常状態に収束するまで式 (2.7) により $f^{(t)}(z)$ を更新する. なお、これは定常通信路においてはパスメトリックの pdf が定常状態に収束する性質 [70] にもとづいている.

step 2) 初期化

時刻 t=0 として初期化する. step 1) で得られた定常状態の $pdf f_s(z)$ を用いて, S_i と z の結合 pdf を $f^{(0)}(z,S_1)=f_s(z), f(z,S_i\neq S_1)=0$ として初期化する.

step 3) ビット誤り率の計算

 $f^{(t)}(z,S_i)$ を次式を用いて更新する.

$$f^{(t)}(z, S_i) = \sum_{S_j'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(S_i | S_j', k, x, y)$$
$$\cdot g(\alpha_0, z | k, x, y) h(x, y) f^{(t-1)}(k, S_j') dk dx dy d\alpha_0$$

式中の S_j' についての総和は、時刻 t-1 の S_j' (j=0,1,2,3) のうち、時刻 t の S_i (i=0,1,2,3) に遷移する S_j' についての総和を表す、 $q(S_i|S_i',k,x,y)$ は生き残り状態の遷移と対応しており、 S_i' と積分における (k,x,y) の値の組に対し 0 または 1 となり次式で与えられる.

[遷移 A] $m_0 \le k + m_3$ かつ $m_2 \le k + m_1$ のとき:

$$q(S_i|S_i',k,x,y) =$$

$$\begin{cases} 1 & (i,j) = \{(0,0), (0,1), (3,2), (3,3)\} \\ 0 & oherwise \end{cases}$$

[遷移 B] $m_0 \le k + m_3$ かつ $m_2 > k + m_1$ のとき:

$$q(S_i|S_i',k,x,y) =$$

$$\begin{cases} 1 & (i,j) = \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)\} \\ 0 & oherwise \end{cases}$$

[遷移 C] $m_0 > k + m_3$ かつ $m_2 \le k + m_1$ のとき:

$$q(S_i|S_i',k,x,y) =$$

$$\begin{cases} 1 & (i,j) = \{(0,0),(2,1),(1,2),(3,3)\} \\ 0 & oherwise \end{cases}$$

「遷移 D] $m_0 > k + m_3$ かつ $m_2 > k + m_1$ のとき:

$$q(S_i|S_i',k,x,y) =$$

$$\begin{cases} 1 & (i,j) = \{(0,0), (3,1), (0,2), (3,3)\} \\ 0 & oherwise \end{cases}$$

例として $f^{(t-1)}(z,S_1)$ を更新する場合を考えると、遷移 A、B、C、D で遷移した場合の確率質量は $f^{(t)}(z,S_0)$, $f^{(t)}(z,S_1)$, $f^{(t)}(z,S_2)$, $f^{(t)}(z,S_3)$ への寄与分となり、このとき、 $f^{(t-1)}(z,S_1)$, $f^{(t-1)}(z,S_2)$, から遷移 D、A で、 $f^{(t)}(z,S_3)$ に遷移する確率質量が時刻 t におけるビット誤り率への寄与 $P_b(t)$ となる.

step 4) アルゴリズムの終了

ビット誤り率 $P_b = \sum_{t=1}^T P_b(t)$ が収束する時刻 T まで step 3) を繰り返す.

step 1) から step 4) では、図 2.3 における $f^{(0)}(z,S_1)$ に含まれる確率質量が時間遷移とともに $f^{(T)}(z,S_0)$, $f^{(T)}(z,S_3)$ に収束し、十分な回数の遷移後における $f^{(T)}(z,S_3)$ に含まれる確率質量がビット誤り率となる。この様子を図 2.4 に示す。これらの確率質量の収束は、図 2.3 に示されるように S_0 からは S_0 にのみ、 S_3 からは S_3 のみにしか生き残り状態が遷移しない性質にもとづいており、 S_3 に収束する確率質量がビット誤り率となるのは S_3 におけるすべての生き残りパスが t=0 における誤ったパスへと合流するためである。

2.2.2 トランケーション誤りの評価

次に、このアルゴリズムをパスメモリ長が有限長の場合について拡張する。パスメモリが有限長であるという条件は先述のアルゴリズムにおいて十分な遷移回数を経ていない場合に相当し、この状態においては $f^{(T)}(z,S_0)$, $f^{(T)}(z,S_3)$ だけでなく $f^{(T)}(z,S_1)$, $f^{(T)}(z,S_2)$ にも確率質量が存在することになる。この状態において判定を途中で打ち切る場合、図 2.5 のように、ビット誤り率は「 $f^{(T)}(z,S_3)$ の確率質量」と「 $f^{(T)}(z,S_1)$, $f^{(T)}(z,S_2)$ の確率質量のうち誤りへの寄与分」との和で表される。これらのうち $f^{(T)}(z,S_1)$ の寄与分は図 2.3 において $f^{(T)}(z,S_1)$ のうち s_1 が生き残る場合の $-\infty \le z \le 0$ である領域の確率質量に相当する。同様に $f^{(T)}(z,S_2)$ の寄与分は s_0 が生き残る場合に相当する $0 \le z \le \infty$ である領域の確率質量であり、時刻 T における寄与分は

$$P_T = \int_{-\infty}^0 f^{(T)}(z, S_1) dz + \int_0^\infty f^{(T)}(z, S_2) dz$$
 (2.9)

となり、パスメモリが有限長の場合における、トランケーション誤りを考慮したビット誤り \mathbf{P}_{n} は

$$P_b = P_T + \sum_{t=1}^{T} P_b(t) \tag{2.10}$$

となる.

式 (2.10) において、従来のアルゴリズムでは、確率質量が $f^{(T)}(z,S_0)$ 、 $f^{(T)}(z,S_3)$ に収束する性質を利用しており、遷移回数 T が十分に大きいとして $f^{(T)}(z,S_1)$ 、 $f^{(T)}(z,S_2)$ に確率質量が存在していない状態において $f^{(T)}(z,S_3)$ の確率質量のみに注目していた。これに対し提案手法では、パスが有限長である場合、すなわち $f^{(T)}(z,S_1)$ 、 $f^{(T)}(z,S_2)$ に確率質量が存在する状態において、 $f^{(T)}(z,S_1)$ 、 $f^{(T)}(z,S_2)$ 、 $f^{(T)}(z,S_3)$ のビット誤り率への寄与分を考慮することで、トランケーション誤りを含むビット誤り率を導出している。

図 2.6—2.8 は AWGN 通信路における情報 1 ビットあたりの電力対雑音電力比 (E_b/N_0) に対するビット誤り率を示している。図 2.6, 2.7 は T=1,2 の場合であり図中 truncation は提案手法, Simulation はシミュレーションにより得られた誤り率を示し, w/o truncation は文献 [71] の手法による結果である。図よりわかるように、パスメモリ長 T が短い場合においては、従来手法により得られる誤り率は、真値よりも低くなっており、これは誤り率導出アルゴリズムにおいて更新回数が不十分な場合には $f(z,S_3)$ に確率質量が収束していないためであると考えられ、提案手法では $f(z,S_1)$, $f(z,S_2)$ における確率質量を考慮することで誤り率を厳密に評価できていることがわかる。

図 2.8 は E_b/N_0 を固定し、パスメモリ長 T を変化させた場合のビット誤り率を示している。 図より明らかなように、w/o truncation においてはパスメモリ長が短い場合において誤り率の値が過小に評価されており、これは十分な遷移回数を経ていない場合には $f^{(T)}(z,S_3)$ に存在する確率質量が小さいためであると考えられる。 truncation では判定を打ち切った場合におけるトランケーション誤りへの寄与分を考慮することで、パスメモリ長が有限である場合においても正確に誤り率を評価できていることがわかる。 また、T が大きくなるほど、w/o truncation と truncation の差が小さくなっているが、これは確率質量が $f^{(T)}(z,S_3)$ に収束しているためであると考えられ T が短いほど、トランケーション誤りによるビット誤り率の劣化が大きいことがわかる。

2.3 フェージング通信路における誤り率導出アルゴリズム

本説では、前節における厳密解析をフェージング通信路へと拡張する。 ブランチメトリックとして、自乗距離を用い、通信路においてメトリックに不整合が生じる環境を想定する。 前節の解析においては、時刻 t-1 におけるパスメトリックの pdf,通信路出力の pdf h(x,y) から時刻 t におけるパスメトリックの pdf を導出していた。この導出に用いられる式 (2.7) に着目すると以下のことがわかる。

- 生き残り状態 S_i の遷移は、前の時刻の生き残り状態 S_j' とメトリックの大小関係のみによって決定する.
- ブランチメトリック m_i の値は固定成分である $(u_{i,x},u_{i,y})$ と変動成分である通信路 における妨害成分によって決定する.
- フェージング通信路においては通信路の妨害成分は、雑音とフェージングである。

すなわち、フェージング通信路における厳密解析では pdf の更新において、雑音とフェージングによる振幅の変動を同時に考慮すればよいと考えられる。 BPSK の各シンボルに対し独立なレイリーフェージングが加えられるとすると、受信シンボル (x,y) の pdf は次式で与えられ、

$$h_r(x,y) = \int_0^\infty \frac{\gamma_x}{\sigma_R^2} \exp\left(-\frac{\gamma_x^2}{2\sigma_R^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}}$$

$$\cdot \exp\left(-\frac{(x-\gamma_x)^2}{2\sigma_0^2}\right) d\gamma_x \int_0^\infty \frac{\gamma_y}{\sigma_R^2} \exp\left(-\frac{\gamma_y^2}{2\sigma_R^2}\right)$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(y-\gamma_y)^2}{2\sigma_0^2}\right) d\gamma_y$$
(2.11)

ここで γ_x, γ_y はフェージングによる送信シンボル $u_{i,x}, y_{i,y}$ への利得を表しており、式 2.7 における h(x,y) を $h_r(x,y)$ に修正することで、レイリーフェージング通信路におけるビット誤り率は導出される.

図 $2.9,\ 2.10$ は前節における評価と同様の条件のもと、レイリーフェージング通信路における情報ビット 1 ビットあたりの平均電力対雑音電力比 $\frac{\overline{E_b}}{N_0}$ に対するビット誤り率を示

し、図 2.11 は $\overline{\frac{E_b}{N_0}}$ にを固定した場合における T に対するビット誤り率を示している。ただし $\sigma_R^2=1/2$ とした。図より,レイリーフェージング通信路においてもトランケーション 誤りの寄与分を考慮することで,ビット誤り率を正確に評価できていることがわかる。また,AWGN 通信路と比較した場合,フェージングの影響により誤り率の収束が遅いことが 解る。

2.4 結言

本章では、パスメモリ長が有限である場合における2 状態軟判定ビタビ復号のビット 誤り率を解析的に導出した. 提案手法においては、判定を打ち切る時刻におけるパスメ トリックの確率質量を考慮することでトランケーション誤りを含むビット誤り率を導出 可能であることを示した. また、通信路における確率変数とその分布を考慮することで、 フェージング通信路における誤り率を導出可能であることを明らかにした.

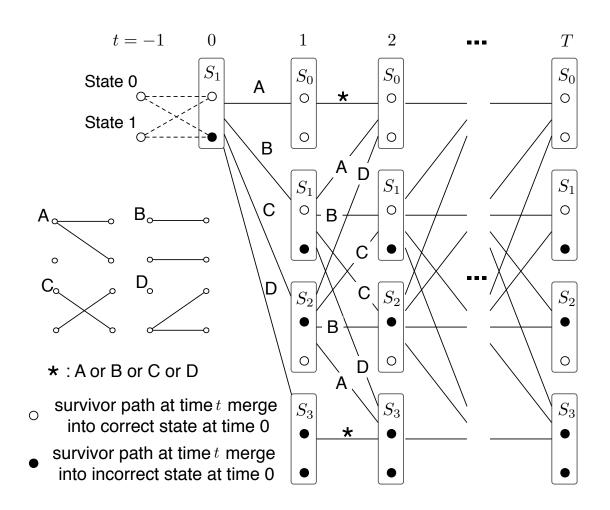


図 2.3: 生き残り状態の遷移 (拘束長=2)

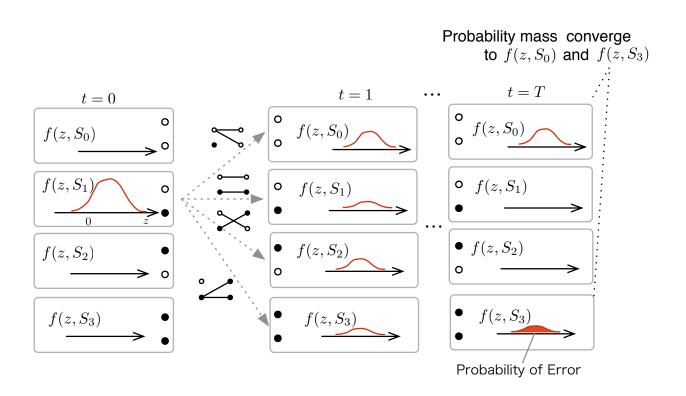


図 2.4: 確率質量の収束

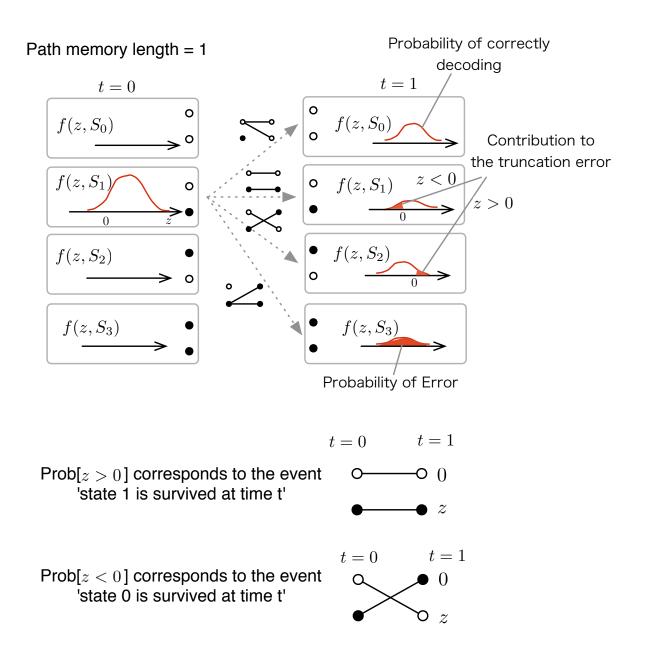


図 2.5: 確率質量の遷移とトランケーション誤りへの寄与

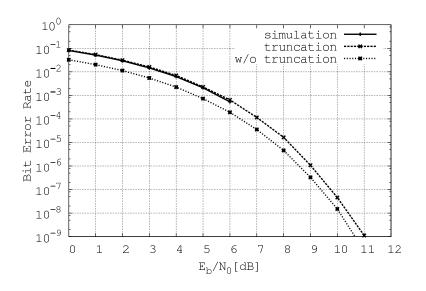


図 2.6: ビット誤り確率 (T=1, AWGN)

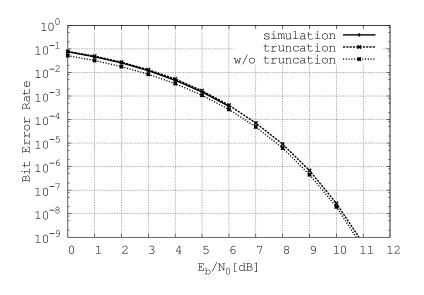


図 2.7: ビット誤り確率 (T=2, AWGN)

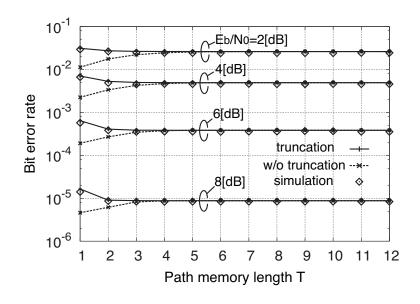


図 2.8: パスメモリ長 T に対するビット誤り率 (AWGN)

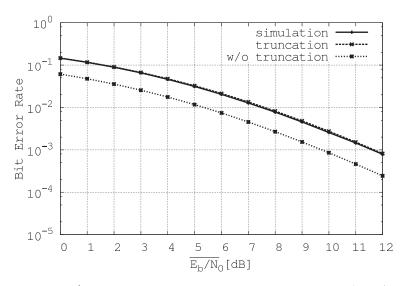
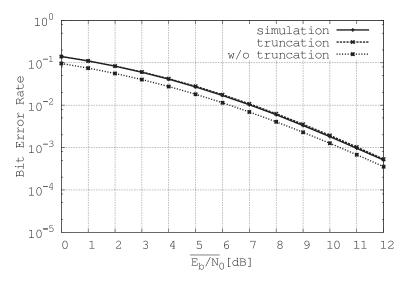


図 2.9: ビット誤り確率 $(T=1, \nu I)$ レイリーフェージング)



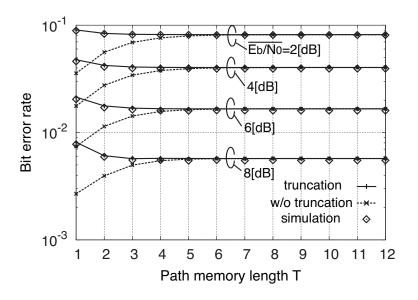


図 2.11: パスメモリ長 T に対するビット誤り率 (レイリーフェージング)

第3章 修正メトリックを用いたビタビ復 号の誤り率特性解析

3.1 緒言

近年の電波需要の増大に伴い、同一の周波数帯を複数の無線機器で共用することから、 干渉による性能劣化が問題となっている。このため、干渉の影響を軽減する方式の開発が 重要となる。干渉対策としては、CSMA (Carrier Sense Multiple Access) やチャネルの動 的割当 [72] など、他システムからの干渉波を検知し、干渉の存在しないチャネルを使用す ることで干渉の影響を抑制する方式が広く用いられているが、これらの方式では干渉波を 検知できなかった場合や、信号の送信中に他システムからの干渉を受けた場合などに対応 できず、したがって、干渉の検出を必要とせず干渉の有無に依存しない干渉抑圧方式が必 要となる。

文献 [73-75] では、通信路の統計情報から干渉成分を推定し、受信信号から干渉成分のレプリカを減じる干渉キャンセラが提案されている。これらの方式では、通信路に関する統計情報が理想的に得られる場合には充分に低い誤り率特性を達成可能であるが、計算複雑性の増加や、通信路環境の時間変動が高速な場合における推定精度の劣化などの点において課題が残る。文献 [76-78] では通信路において加算される干渉を数学的にモデル化し、そのモデルに基づく受信信号の確率密度関数を用いた整合メトリックによって干渉による性能劣化を軽減している。特定の干渉モデルにのみ整合するメトリックを用いるこれらの方式は、干渉が想定したモデルに従わない場合には有効とはならない。また、文献 [79,80] では、干渉電力と信号対雑音電力比 (Signal to Noise power Ratio: SNR) から決定されるスレッショルドに基づく修正メトリックを用いた方式が提案されており、電力

の大きな干渉波に対し有効であることが示されている。しかしながら、これらの修正メトリックについては、シミュレーションによる評価は行われているが、解析による評価は行われていない。

本章では、修正メトリックによる干渉抑圧方式について検討する. 修正メトリックとして次の三つの方式を取り扱う.

- 受信振幅リミティング:受信信号の振幅をスレッショルドレベル以下に制限する.
- パンクチャリング: スレッショルドレベル以上の振幅を有する信号を消失として扱う。
- メトリックリミティング:メトリック値に応じてメトリックを制限する.

符号化として畳込み符号, 変調方式として QPSK を考え, まず, 干渉がない場合の修正メトリックの誤り率への影響を示す. 次に, 解析的にビット誤り率上界を導出することにより, その干渉抑圧特性を明らかにする.

以下, 3.2 節において干渉抑圧方式について述べ, 3.3 節では, 修正メトリックにおけるスレッショルドレベルが誤り率特性に与える影響について示す. 3.4 節では, 修正メトリックのビット誤り率のユニオン上界を解析的に導出し, その評価を行う. ビット誤り率上界の導出においては, パス間の生き残り判定に用いられる判定変数のモーメントを解析的に求め, モーメント法を適用することで判定変数の確率密度関数, ならびにペアワイズ誤り確率を得る. このようにして解析的に導出したペアワイズ誤り確率からビット誤り率上界を求め, 修正メトリックの干渉抑圧特性を評価する. 最後に, 本章で得られた結果を 3.5 節にまとめる.

3.2 干渉抑圧方式

離散的な時刻 t における複素平面上の送信信号点 s_t , 平均 0, 分散 $2\sigma^2$ の複素ガウス雑音 n_t , 干渉電力 σ_t^2 の干渉成分 i_t を用いて, 受信信号点 r_t は次式で表される.

$$\boldsymbol{r}_t = \boldsymbol{s}_t + \boldsymbol{n}_t + \boldsymbol{i}_t \quad (t = 1, 2, \cdots) \tag{3.1}$$

ビタビ復号 [69] では、送信信号点と受信信号点から計算されるブランチメトリックに基づいて復号が行われ、ブランチメトリックとして受信信号の確率密度関数を用いることにより、確率的に最適な復号が可能となる。加法性白色ガウス雑音(Additive White Gaussian Noise: AWGN)通信路の場合、受信信号の確率密度関数はガウス分布に従い、ブランチメトリックとして次式に示す r_t と s_t 間の自乗距離 $m(s_t, r_t)$ を用いても確率的に最適であることが示されている。以下、特に注記のない限りブランチメトリックをメトリックと表記する。

$$m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) = |\boldsymbol{r}_t - \boldsymbol{s}_t|^2 \tag{3.2}$$

通信路において干渉が加えられる場合、平均受信電力が増加するため、受信信号の振幅に関する確率密度関数はヘビーテイル性を示す。そのため、仮定した分布と実際の分布の差異によりメトリックの不整合が生じ、誤り率特性の劣化が引き起こされる。AWGNのみの場合と干渉を含む場合の受信信号の確率密度関数を比較すると、確率密度関数の端部における生起確率の差が相対的に大きくなる。したがって、受信信号の確率密度関数の端部に対応するようなメトリック値を修正することでメトリックの不整合による影響を軽減できると考えられる。このような方式として、文献[80]では、複数の修正メトリックについてシミュレーションによる誤り率特性の比較が行われているが、解析的な検討は行われていない。本論文では、修正メトリックとして受信振幅リミティング、パンクチャリング、メトリックリミティングの3方式についてビット誤り率の上界を導出する。以下にこれらの修正メトリックを示す。

● 受信振幅リミティング

受信信号の振幅をスレッショルドレベル η_R 以下に制限した後、メトリックを計算する。受信振幅リミティングを用いたメトリック $m(s_t, r_t)$ は次式で与えられる。ただし、j は虚数単位を表す。

$$m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) = \begin{cases} m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) & |\boldsymbol{r}_t| < \eta_R \\ m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t') & |\boldsymbol{r}_t| \ge \eta_R \end{cases}$$
(3.3)

$$\mathbf{r}_t' = \eta_R \exp(j \operatorname{arg}(\mathbf{r}_t))$$
 (3.4)

パンクチャリング

スレッショルドレベル η_P 以上の振幅を持つ受信信号を消失したとして扱う. パンクチャリングを用いる場合のメトリックは次式で定義される.

$$m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) = \begin{cases} m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) & |\boldsymbol{r}_t| < \eta_P \\ 0 & |\boldsymbol{r}_t| \ge \eta_P \end{cases}$$
(3.5)

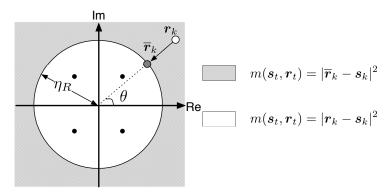
なお、パンクチャリングにおいてスレッショルドレベル以上の振幅を持つメトリック値が0となるのは、信号が消失した場合、時刻tにおける受信シンボルに対するすべてのブランチメトリックが同じ値となりパスの生き残り判定時にブランチ間のメトリック値に差が生じないためである.

• メトリックリミティング

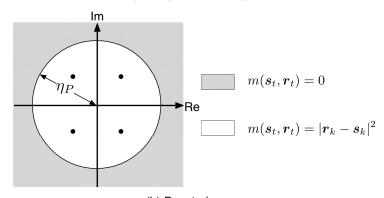
メトリック値を計算し、その値がスレッショルド値 η_M^2 以下になるようにメトリック値に基づいてリミティングを行う。メトリックリミティングを用いる場合のメトリックは次式で表される。

$$m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) = \begin{cases} m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) & m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) < \eta_M^2 \\ \eta_M^2 & m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) \ge \eta_M^2 \end{cases}$$
(3.6)

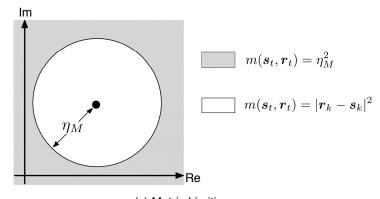
これらの修正メトリックにおけるスレッショルドは信号空間上において、メトリックの修正の有無を決定する円の半径とみなすことができ、図 3.1 に示すように受信振幅リミティング、パンクチャリングにおいては原点を中心とした円の半径とみなすことができ、メトリックリミティングにおいては各信号点を中心とする円の半径とみなせる。この場合、各修正メトリックにおいて、円外の領域に信号を受信するとメトリック値の修正が行われることになり、受信振幅リミティングとパンクチャリングではすべての信号点に対するブランチメトリックに対してメトリック値を修正し、メトリックリミティングでは各プランチメトリックに対して独立にメトリック値の修正が機能するとみなせる。



(a) Amplitude Limiting



(b) Puncturing



(c) Metric Limiting

● Signal Point ○Received Symbol ◎ Clamped Symbol

図 3.1: 修正メトリックとスレッショルド

3.3 ガウス通信路におけるスレッショルドと誤り率特性

本節では、受信振幅リミティング、パンクチャリング、メトリックリミティングの三つの修正メトリックにおけるスレッショルドレベルと誤り率特性の関係を示す。干渉が存在する場合のビット誤り率解析の前に、まず、干渉が存在しない場合のスレッショルドレベルがビット誤り率に与える影響をシミュレーションを用いて明らかにする。

図 3.2—3.4 は干渉が存在しない場合において、修正メトリックのスレッショルドが誤り率に与える影響を示している。 横軸は各修正メトリックにおけるスレッショルド η (= η_R , η_P , η_M) であり、シミュレーションにおいては符号化率 1/2, 拘束長 7 の畳込み符号、変調方式として QPSK、通信路として AWGN 通信路を想定し、受信側では、軟判定ビタビ復号により復号を行い、ブランチメトリックとして式 (3.3), (3.5), (3.6) を用いるものとする。また、信号振幅 $|s_t|=1$ とする。これは、信号振幅で正規化した η を用いることと等価である。図中、横軸に対して水平な破線はメトリックに自乗距離(Squared Distance)を用いた場合のビット誤り率を表している。AWGN 通信路において、自乗距離メトリックは確率的に最適なメトリックであるため、修正メトリックを用いた場合、誤り率特性の劣化が予想されるが、図より、 η を $1 \sim 2$ 、あるいは信号振幅の数倍程度に設定すれば誤り率の劣化は充分に小さく無視できることがわかる。また、SNR が大きいほど、小さな η で誤り率が収束している。以降、各修正メトリックの η は、AWGN 通信路においてビット誤り率の劣化が生じない程度に大きな η を各 SNR ごとに設定する。例えば、SNR=4dB において $\eta_R=2.0$, $\eta_P=2.75$, $\eta_M=2.25$ とすればよい。

3.4 干渉通信路におけるビット誤り率解析

3.4.1 ユニオン上界

本節では、干渉通信路におけるビット誤り率のユニオン上界を解析的に導出する. AWGN 通信路における QPSK 伝送を考え、信号対干渉電力 (Signal to Interference power Ratio:SIR) 一定、位相が一様ランダムな干渉が加算されるとする. AWGN 通信路におい

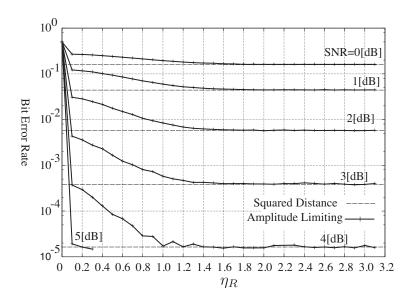


図 3.2: スレッショルドと誤り率 (受信振幅リミティング)

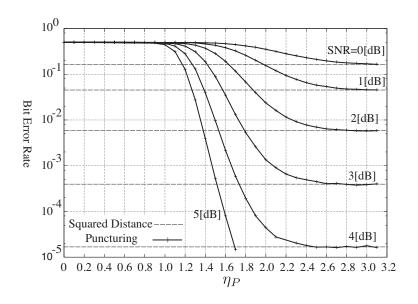


図 3.3: スレッショルドと誤り率 (パンクチャリング)

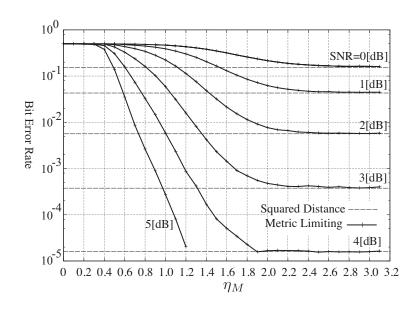


図 3.4: スレッショルドと誤り率 (メトリックリミティング)

て充分にインタリーブされていると仮定し、N 個の送信シンボルごとに 1 シンボル長の干渉を加える 1. 時刻 $t=1,N+1,2N+1,\cdots$ において干渉が加えられるとし、符号器への入力ビットはすべての時刻 t において 0 とした。ビット誤り率 P_b のユニオン上界は、トレリス上の任意のパス間で第 1 種誤りが生じる際のペアワイズ誤り確率から導かれ、パス長L の正しいパス X_L と誤りパス X_L' を用いて次式で与えられる [81].

$$P_b \le \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{\mathbf{X}_L} \sum_{\mathbf{X}_L' \neq \mathbf{X}_L} B(\mathbf{X}_L') P(\mathbf{X}_L) P(\mathbf{X}_L \to \mathbf{X}_L')$$
(3.7)

ここで、 $B(X_L')$ は誤りパス X_L' が生き残った場合に生じる復号誤りビット数、 $P(X_L)$ はパス X_L の発生確率、 $P(X_L \to X_L')$ はペアワイズ誤り確率であり、t=1 に分岐した正しいパス X_L と誤りパス X_L' が、t=L において合流する際に X_L' が生き残る確率である。ペアワイズ誤り確率は、 X_L,X_L' 間の生き残り判定に用いられる判定変数の確率密度関数を誤り領域に関して積分することで得られる。 文献 [82] では、電力一定、位相が一様ランダムである複数波の干渉が加えられる場合について、受信信号の確率密度関数を合流型超幾何関数による級数展開を用いて導出しているが、干渉電力が大きな場合には級数の収束

が遅く, 適用することが困難である.

そこで本論文では、干渉の位相分布を K 個の離散的な代表値により近似することで、 P_b の上界を導出する方法を提案する。まず、電力 σ_I^2 一定で位相が一様分布に従う干渉が時刻 $t=1,N+1,2N+1,\cdots$ において加えられるとする。時刻 t における干渉の位相を ϕ_t とし、 $\phi=\phi_1,\phi_{N+1},\phi_{2N+1},\cdots$ とすると干渉に条件付けられたペアワイズ誤り確率 $P(X_L\to X_L'|\phi)$ を用いて、 $P(X_L\to X_L')$ は次式となる。

$$P(\mathbf{X}_L \to \mathbf{X}_L') = \int_{\phi} P(\phi)P(\mathbf{X}_L \to \mathbf{X}_L'|\phi)d\phi$$
(3.8)

ここで、干渉の位相 ϕ_t の分布を K 個の離散値で近似し、それぞれを $\phi_{t,k}=2\pi\frac{(k-1)}{K}$ $(k=1,\cdots,K)$ とし、 $\phi_{t,k}$ の生起確率を $P(\phi_{t,k})$ とすると、L< N の場合におけるペアワイズ誤り確率は次式で表される.

$$P(\boldsymbol{X}_L \to \boldsymbol{X}_L') \approx \sum_{k=1}^K P(\phi_{1,k}) P(\boldsymbol{X}_L \to \boldsymbol{X}_L' | \phi_{1,k})$$
(3.9)

干渉の位相が一様分布に従うことより $P(\phi_{t,k})=\frac{1}{K}$ とする.このとき, $P(\boldsymbol{X}_L\to\boldsymbol{X}_L'|\phi_{t,k})$ はパス間の生き残り判定で用いられる判定変数 Z の確率密度関数 $p_Z(Z)$ を誤り領域 Z>0 に関して積分することで求められ,次式で表される.

$$P(\mathbf{X}_L \to \mathbf{X}'_L | \phi_{t,k}) = \int_0^\infty p_Z(Z) dZ$$
(3.10)

$$Z = \sum_{t=1}^{L} z_t \tag{3.11}$$

$$z_t = m(\boldsymbol{s}_t, \boldsymbol{r}_t) - m(\boldsymbol{s}_t', \boldsymbol{r}_t)$$
 (3.12)

ただし、m は式 (3.3)-(3.6) の各修正メトリックであり、 s_t 、 s_t' は正しいパス X_L および誤りパス X_L' の時刻 t における信号点である。以降 L < N の場合についてユニオン上界を導出するが、 $L \ge N$ の場合は式 (3.7) の第 1 種誤り確率の計算において、複数の干渉を考慮する必要があるが、複数の干渉成分のすべての組合せについて平均することで誤り率上界を導出可能である。式 (3.11) における $p_Z(Z)$ を解析的に導出することは計算の複雑性の観点から困難であり、本論文では判定変数 Z のモーメント $\overline{Z^n}$ を導出し、モーメント法として Gram-Charlier 級数展開 [83] を用いることで $p_Z(Z)$ を導出する.

3.4.2 モーメント法

確率変数 X とその $\operatorname{pdf} f(X)$ が与えられた場合に、その n 次 (非中心) モーメントは次式で定義される.

$$\overline{X}^n = \int_{-\infty}^{\infty} X^n f(X) dX \tag{3.13}$$

モーメントは、確率変数 X の pdf の特徴量であり、無限次までのモーメントを導出することはその確率変数の pdf を導出することは等価であるとみなせる。このような関係性にもとづくモーメント法は、与えられた十分大きな n 次までモーメントから pdf を再生する手法である。Gram-Charlier 級数展開は与えられた分布 f(X) のモーメントから分布関数 f(X) を再生するモーメント法であり、ガウス分布に近い特性を示す分布に対して有効な手法であることが知られている。Gram-Charlier 級数展開では X のモーメントを重みとして用いた Chebyshev-Hermite 多項式 $He_n(X)$ の和によってもとの分布関数を近似する。具体的には分散 1、平均 0 のガウス分布に従う確率密度関数 $p_N(X)$ 、Gram-Charlier 級数 の展開係数 c_n を用いて次の関係式で表される。

$$f(X) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n He_n(X) p_N(X)$$
(3.14)

$$He_n(X) = n! \sum_{m=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} \frac{(-1)^m (X)^{n-2m}}{m!(n-2m)! 2^m}$$
(3.15)

$$c_n = \sum_{m=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} \frac{(-1)^m (X)^{n-2m}}{m!(n-2m)!2^m}$$
(3.16)

続いて、判定変数 Z のモーメントを導出する.判定変数 Z および、 z_t のモーメント $\overline{Z^n},\overline{z_t^n}$ は関係式

$$Z = \sum_{i=1}^{L} z_i \tag{3.17}$$

と二項展開によって導出され, Z の n 次モーメントは非負整数 $a_t(t=1,2,\cdots,L)$ を用い

て次式により得られる.

$$\overline{Z^n} = \sum_{a_1 + \dots + a_L = n} \frac{n!}{a_1! \cdots a_L!} \overline{z_1^{a_1}} \cdots \overline{z_L^{a_L}}$$

$$(3.18)$$

$$\overline{z_t^n} = \begin{cases}
\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} (z_t)^n f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t \\
(t = 1, N + 1, 2N + 1, \cdots) \\
\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} (z_t)^n f(r_t, \theta_t) dr_t d\theta_t \\
(otherwise)
\end{cases}$$
(3.19)

ここで, $f(r_t, \theta_t | \phi_k)$ は位相成分が ϕ_k である干渉が存在する場合, $f(r_t, \theta_t)$ は干渉が存在 しない場合における受信信号の振幅 r_t , 位相 $heta_t$ に関する確率密度関数である. つまり, 干 渉が存在する時刻 $t=1,N+1,2N+1,\cdots$ においては干渉と雑音の分布を考慮した $\overline{z_t^n}$ を求め、干渉が存在しない時刻においては雑音のみを考慮した分布にもとづく $\overline{z_t^n}$ を求め、 式 (3.18) を用いることで $\overline{Z^n}$ を導出する.

次に、干渉が存在する場合における修正メトリックのモーメントを導出する. $oldsymbol{X}_L, oldsymbol{X}_L'$ が分岐する時刻を t=1 とすると, s_1 , s_1' の信号点間距離は 2s となる. ここで, 図 3.5 の ように $s_t = s \exp(j0), s_t' = s \exp(j\pi)$ となる座標系 S を定義し、この座標系 S における 受信信号の振幅 r, 位相角 θ_t についての確率密度関数 $f(r_t, \theta_t | \phi_k)$, および z_t を求めるもの とする. 固定干渉成分と信号成分の和を修正信号成分 w とみなし, $w = |w| \exp{(i0)}$ とな るような座標系 S' を考えると, S' における受信信号の振幅 r'_{t} , 位相 θ'_{t} の分布はライス分 布で表すことができ, $r_t' = r_t$, $\theta_t' = \theta_t - \epsilon$ より, $f(r_t, \theta_t | \phi_k)$ は次式で表される.

$$f(r_t, \theta_t | \phi_k) = \frac{r_t}{2\pi\sigma^2}$$

$$\cdot \exp\left(-\frac{r_t^2 + |\boldsymbol{w}|^2 - 2r_t|\boldsymbol{w}|\cos(\theta_t - \epsilon)}{2\sigma^2}\right)$$
(3.20)

$$\epsilon = \tan^{-1} \frac{\sigma_I \sin \phi_k}{s + \sigma_I \cos \phi_k}$$

$$|\mathbf{w}| = \sqrt{s^2 + \sigma_I^2 + 2s\sigma_I \cos \phi_k}$$
(3.21)

$$|\boldsymbol{w}| = \sqrt{s^2 + \sigma_I^2 + 2s\sigma_I\cos\phi_k} \tag{3.22}$$

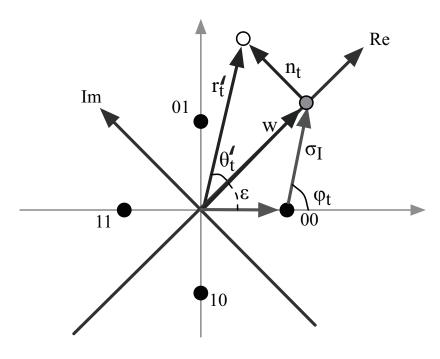


図 3.5: 複素平面上における $m{s}_t,\,m{s}_t',\,m{w}$

メトリックリミティングの場合、式 (3.19) の積分領域は図 3.6 のように、各信号点を中心とした半径 η_M の円によって、以下の 4 領域に分割される.

- z_a:リミティングが機能しない領域.
- *z_b*:信号点 *s_t* のみにリミティングが機能する領域.
- z_c : 信号点 s_t' のみにリミティングが機能する領域.
- $z_d: s_t, s_t'$ 双方にリミティングが機能する領域.

これらより, $\overline{z_t^n}$ は次式で表される各領域のモーメント $\overline{z_a^n}$, $\overline{z_b^n}$, $\overline{z_c^n}$, $\overline{z_d^n}$ の和によって表される.

$$\overline{z_t^n} = \overline{z_a^n} + \overline{z_b^n} + \overline{z_c^n} + \overline{z_d^n} \tag{3.23}$$

$$\overline{z_a^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_a(\theta_t)}^{g_a(\theta_t)} (z_t)^n f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t$$
(3.24)

$$\overline{z_b^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_b(\theta_t)}^{g_b(\theta_t)} (z_t)^n f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t$$
(3.25)

$$\overline{z_c^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_c(\theta_t)}^{g_c(\theta_t)} (z_t)^n f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t$$
(3.26)

$$\overline{z_d^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_d(\theta_t)}^{g_d(\theta_t)} 0^n f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t$$
(3.27)

ただし、各q,g は η_M 、および信号振幅s (s>0) によって定義される θ_t の関数であり、振幅に関する積分領域を表し、付録によって与えられ、メトリックリミティングのモーメン

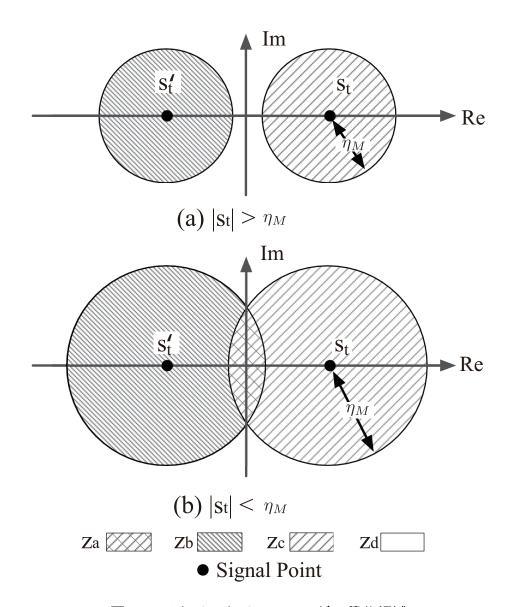


図 3.6: メトリックリミティングの積分領域

トは以下となる.

$$\overline{z_t^n} = \overline{z_a^n} + \overline{z_b^n} + \overline{z_c^n} + \overline{z_d^n}
\overline{z_a^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_a(\theta_t)}^{g_a(\theta_t)} (-4r_t s \cos \theta_t)^n$$
(3.28)

$$f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t \tag{3.29}$$

$$\overline{z_b^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_b(\theta_t)}^{g_b(\theta_t)} (\eta_M^2 - r_t^2 - s^2 - 2r_t s \cos \theta_t)^n$$

$$f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t \tag{3.30}$$

$$\overline{z_c^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_c(\theta_t)}^{g_c(\theta_t)} (r_t^2 - 2r_t s \cos \theta_t + s^2 - \eta_M^2)^n
\cdot f(r_t, \theta_t | \phi_k) dr_t d\theta_t$$
(3.31)

$$\overline{z_d^n} = \int_0^{2\pi} \int_{q_d(\theta_t)}^{g_d(\theta_t)} 0^n f(r_t, \theta_t - \epsilon | \phi_k) dr_t d\theta_t$$
(3.32)

干渉が存在しない時刻におけるモーメントは、式 (3.20) の計算において与えられた QPSK の信号点に対し $\sigma_I^2=0,\;\epsilon=0$ とすることで計算可能であるが, SNR が大きな領域では, 各修正メトリックにおいて、スレッショルドレベルを超過する確率は充分に小さくなる、 すなわち、受信信号、およびメトリック値に対して修正操作が生起する確率は充分に小さ くなり、通常の自乗距離メトリックにより近似が可能であると考えられる. SNR が充分に 大きい場合における、QPSK の各信号点に対するモーメントは、式 (3.2), (3.18) を用いて 計算される.

誤り率特性 3.4.3

図 3.7-3.12 に修正メトリックを用いた場合の P_b のユニオン上界を示す. 図中の誤り率上 界は、前節における修正メトリックを用いた場合の判定変数のモーメントと Gram-Charlier 級数展開によって計算される. 符号化率 1/2, 拘束長7の畳込み符号, 変調方式として QPSK を用い、N=100、SIR=-15、-10、-5dB とし、Gram-Charlier 級数展開においてビッ ト誤り率が収束する 15 次までのモーメントを使用した. また, 位相成分の分割数について も分割数 K を 8 としており、K が 8 以上の場合において誤り率が収束することを確認し

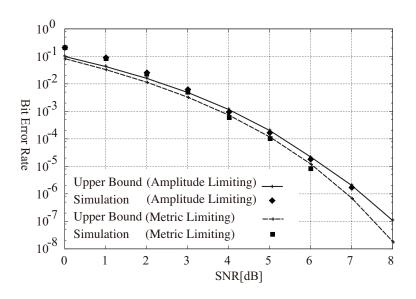


図 3.7: SIR= -5dB (受信振幅, メトリックリミティング)

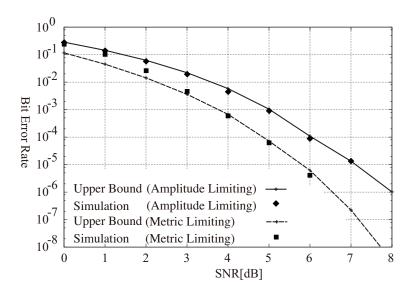


図 3.8: SIR= -10dB (受信振幅, メトリックリミティング)

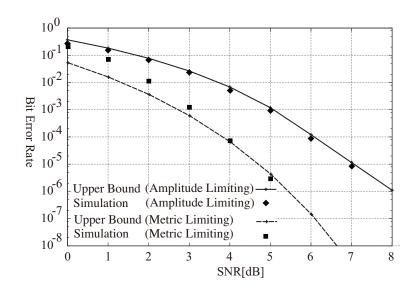


図 3.9: SIR= -15dB (受信振幅, メトリックリミティング)

ている. なお, 本論文では評価指標として干渉が加えられたブランチのみに注目したビット誤り率を用いる. この理由は,

- N が小さい場合には、干渉の発生頻度が多いため平均誤り率が悪く、逆に N が大きい場合には干渉の影響が小さく平均誤り率が低くなる。このように平均誤り率が N に依存するため、この依存性を排除して誤り率を評価する、
- 干渉が存在するブランチと干渉が存在しないブランチに対するビット誤り率を比較した場合、干渉を加えられたブランチにのみ注目した誤り率が最も悪く、ワーストケースで誤り率特性を評価する、ためである。ただし、厳密には連続した複数シンボルが干渉を受ける場合にワーストケースとなるが、本論文では、インタリーブの効果で干渉の発生は多くとも符号の拘束長に1回程度と仮定するため、干渉の存在するブランチの誤り率をワーストケースとすることができるとみなしている。

表 3.1 はシミュレーション、ユニオン上界の計算に用いた各 SNR におけるスレッショルド値であり、Amplitude Limiting、Puncturing、Metric Limiting はそれぞれ受信振幅リミティング、パンクチャリング、メトリックリミティングを示している。 また、図 3.2-3.4 に示したように、設定された η の値が小さい場合、AWGN 通信路において誤り率に劣化が

生じる. さらに、 η が一般的なリミッタ回路の振幅スレッショルドと類似した性質を示す ため, η の値が大きすぎる場合には, 修正メトリックによる誤り率特性の改善がみられな い.このため,表 3.1 における η は,AWGN 通信路における誤り率の劣化を充分に無視で きる η の値のうち、最小の η を SNR ごとに探索的に求めたものである. なお、システム 全体の誤り率は、各時刻ごとの誤り率上界を時間について平均することで導出可能であ る. 図 3.7-3.9 は受信振幅リミティング (Amplitude Limiting) とメトリックリミティング (Metric Limiting), 図 3.10-3.12 はパンクチャリング (Puncturing) とメトリックリミティ ングを比較した場合である. いずれの場合においても $\mathrm{SNR}{=}0{\sim}3\mathrm{dB}$ の SNR が小さな領 域においては、メトリックの修正操作の影響により、上界は誤り率で一桁程度の誤差を有 するが,実環境で要求される 10^{-5} 程度の誤り率特性を達成する $\mathrm{SNR}{=}4\mathrm{dB}$ 以上の領域に おいては、解析的に導出された上界がシミュレーションにより導出された誤り率を上回っ ており、上界として有効であり、また、解析により導出した誤り率上界とシミュレーショ ンにより導出した誤り率がほぼ一致しており、上界として厳密であることがわかる、図よ り, SIR が小さいほど受信振幅リミティングは誤り率が劣化するが, メトリックリミティ ングでは SIR が小さいほど誤り率の改善が大きく、いずれの SIR においても受信振幅リ ミティングより優れた特性を示すことがわかる.また、 パンクチャリングは、 SIR=-10dB において誤り率が大きく劣化するが、SIR=-15dB ではメトリックリミティングと同程度 の誤り率特性を示している.

各修正メトリックの干渉抑圧特性を解析的に求めた結果を図 3.13 に示す。図 3.7-3.12 と同様の条件の下,N=100, $\mathrm{SIR}=-15$, \cdots ,0 dB, $\mathrm{SNR}=6\mathrm{dB}$, $\eta_R=1.2$, $\eta_P=2.0$, $\eta_M=1.8$ とした。図において,受信振幅リミティングでは SIR の減少に対して誤り率が単調に劣化しており, $\mathrm{SIR}=-9\mathrm{dB}$ 以下では誤り率がほぼ変化していないことがわかる。これは,干渉電力が大きいほど,受信信号の振幅がスレッショルドレベルを超過する確率が高く, $\mathrm{SIR}=-9\mathrm{dB}$ 以下ではほぼ 1 に近い確率で振幅抑制が機能するためであり,抑制された後の振幅レベル η_R が SNR のみによって決定される定数値となるためである。パンクチャリングでは,他の方式と比較してスレッショルドレベルが大きく, $\mathrm{SIR}=-10\mathrm{dB}$ 以上の干渉に対しては,シンボル消失が機能する確率が相対的に低くなるため,大きな特性の改善は見

らない. しかしながら, 干渉電力が充分に大きい SIR=-15dB においては, メトリックリ ミティングと同程度の誤り率を示し、これは干渉電力が大きな領域において、両方式のメ トリックが同様の特性を示すためであり、すなわち、干渉が加えられた時刻におけるブラ ンチメトリックの差が0となることで、干渉がメトリック値に与える影響を軽減し、ビッ ト誤り率が改善されると考えられる.メトリックリミティングでは,干渉電力が大きな SIR=-10dB 以下の領域において、パンクチャリングと同様にブランチメトリック値の差 が 0 となるため、ビット誤り率が改善され、これは図 3.6-(b) における領域 Z_d に受信信号 が存在する場合に対応する. $SIR=-9,\cdots$, -6dB 程度の場合には、干渉が加えられた時刻の ブランチメトリックの差は () とはならないが、ブランチメトリック値の差が小さくなるこ とで、ビット誤り率が改善し、これは図 3.6-(b) における領域 Z_b, Z_c に受信信号が存在す る場合に対応する. つまり, 干渉電力が大きな SIR=-10dB 以下の場合には, 干渉が加えら れた時刻のブランチメトリック値の差が 0 となることでビット誤り率が改善し、SIR=-9、 ···,-6dB の場合には、干渉が加えられた時刻におけるブランチメトリック値が小さくな るようにメトリック値に修正が加えられるため誤り率特性が改善する. SIR=-5dB 以上の 場合においては、各方式の特性に顕著な差は認められないが、いずれの SIR においても、 メトリックリミティングが他の修正メトリックと比較して優れた干渉抑圧特性を示して おり、これは文献 [79,80] に示されているように、メトリックリミティングの特性が干渉の 統計情報にもとづく、最尤メトリックに近い特性を示すためである.なお、本論文におい $\tau \eta$ の値は、干渉が存在しない AWGN 通信路の誤り率にもとづいて設定されたが、 η は SNR だけでなく SIR にも依存するパラメータであると考えられる. 実際に所与の SNR と SIR の組合せごとに誤り率を最小にする η を探索的に求めた場合、表 3.1 で設定された値 よりも小さな値の η が得られ、誤り率の改善がみられる. しかしながら、 η の値を表 3.1 の 値よりも小さく設定する場合、干渉が存在しない AWGN 通信路において、誤り率の劣化 が生じるため、本論文では SNR と SIR を同時に用いた η の設定法を考慮しない. これら の点を考慮すると,AWGN 通信路において誤り率の劣化を引き起こさずに干渉に対する 誤り率特性をさらに改善するには、干渉成分の有無を推定し干渉の存在するシンボルにの み修正メトリックを適用するなどの方式が有効であると考えられる.

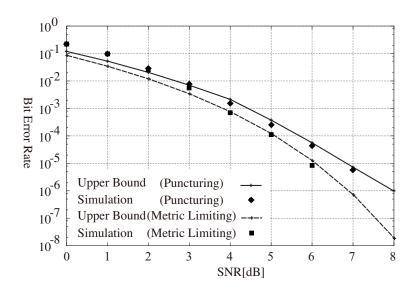


図 3.10: SIR=-5dB (パンクチャリング, メトリックリミティング)

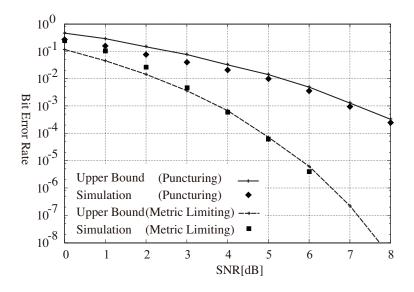


図 3.11: SIR=-10dB (パンクチャリング, メトリックリミティング)

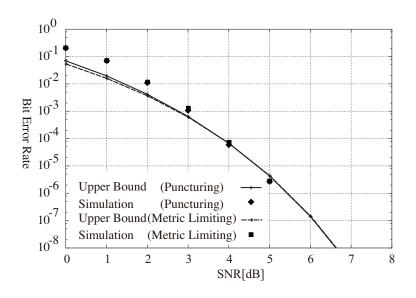


図 3.12: SIR=-15dB (パンクチャリング, メトリックリミティング)

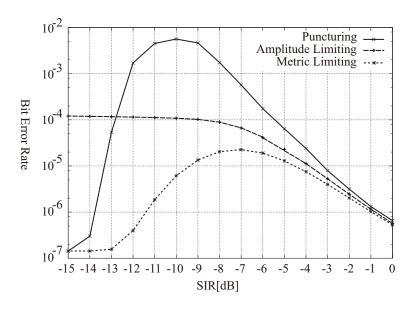


図 3.13: 修正メトリックの干渉抑圧特性

表 3.1: 修正メトリックのスレッショルド値

SNR[dB]	Amplitude	Puncturing	Metric
0	2.00	3.05	2.50
1	1.87	2.92	2.42
2	1.72	2.70	2.25
3	1.62	2.57	2.18
4	1.48	2.35	2.05
5	1.36	2.22	1.95
6	1.20	2.00	1.80
7	1.12	1.85	1.60
8	1.05	1.75	1.52

3.5 結言

本論文では、修正メトリックとして受信振幅リミティング、パンクチャリング、メトリックリミティングを用いた干渉抑圧方式について、解析的に誤り率上界を導出した。干渉が存在する場合において、ビタビ復号のトレリスにおけるパスの生き残り判定に関する判定変数のモーメントを解析的に導出し、モーメント法を用いることで、修正メトリックを用いたビタビ復号のビット誤り率のユニオン上界が導出可能であることを明らかにした。また、シミュレーション結果との比較により、SNRが大きな領域において解析的に導出した誤り率上界が有効であることを示した。

第4章 Spinal 符号におけるスライディングブロック復号法

4.1 緒言

誤り訂正符号の特性を評価する場合、時間に対し定常な通信を仮定し、固定された信号 対雑音電力比 (Signal to Noise Power Ratio:SNR) に対する誤り率で評価される場合が多 い. しかしながら, 通信路状況の時間的な変化を考慮すると, 異なる SNR のそれぞれに対 して必要な符号の冗長度は異なる、このように通信路環境の変化に考慮し、より高い伝送 効率を達成するための手法としてレート適応が提案されている [59-62]. レート適応は無 線 LAN の規格である 802.11 [29] などでも用いられており, SNR を推定し, 雑音レベルが 大きな場合には冗長度の高い誤り訂正符号を、小さな場合には冗長度の小さい符号を用い ることで、通進路状況に応じた符号と変調方式の組合せを選択することで伝送効率を向上 させている。しかしながら、レート適応においては異なる符号と変調方式の組の数だけ符 号器が必要になり、SNR を誤推定した場合に特性が劣化する. 特に、SNR を過大に推定し た場合には、必要な冗長度よりも低い冗長度の符号を選択してしますため誤りを十分に訂 正できず、伝送効率が大きく低下する要因となる、通信路の状況に応じて適切な冗長度を 達成するための異なるアプローチとしてレートレス符号 [63] が提案されている. レート レス符号は、プレフィクス性を有する符号シンボル系列を順に送信し、受信側では復号に 成功するまで追加シンボルを受信し続けることで通信路の状況に応じた冗長度が自動的 に決定される、受信側において復号に成功すると、フィードバック通信路を用いて送信側 に復号成功を通知することで、送信側は次の符号ブロックの送信を開始する、レートレス 符号においてはフィードバック通信路を用いて符号の冗長度を制御することで、SNR の

推定が不要となる方式である、レートレス符号は、消失通信路を想定して設計された符号 であり, Tornado 符号 [64], LT 符号 [65] などがこのクラスに属している. 動画配信ネット ワークなどにおいて実用されているレートレス符号としては Raptor 符号 [66] が挙げら れ、Raptor 符号はオーバーヘッドの小さな効率のよい符号であるとされる. Raptor 符号 は LDPC 符号 [41] と LT 符号の連接符号とみなすことができ, LT 符号を修正すること で AWGN 通信路においてもよい特性を有する構成法 [67] などが検討されている. また, LDPC 符号を用いたレートレス符号として Hsu-Anastasopoulos 符号 [84,85] などが提案 されているが、いずれの方式においても復号に確率伝搬アルゴリズムを用いており、軟情 報の繰り返し計算に起因する計算複雑性が問題となる. これらに対し, Perry らによって 提案されたレートレス符号である Spinal 符号 [68,86,87] はメトリックとして自乗距離を 用いた準 ML (Maximum-Likelihood) 復号が可能な符号であり、AWGN、二元対称通信路 において通信路容量に漸近する [88] 特性を有する. Spinal 符号の復号は符号木上の最小 コストパスを動的計画法にもとづいて探索することによって行われ,文献 [86] では復号ア ルゴリズムとして Beam-algorithm, M-algorithm などが検討されている. 符号木の動的探 索にもとづく復号では、符号木の根に近いほど正しい生き残りパスに収束するが、木の終 端に近いほど生き残りパスの収束特性が劣化するため、終端に近いブランチに対応する復 号ビットの誤り率が劣化する. そのため, 文献 [86] では符号木の終端におけるパスの収束 特性を改善するために追加でシンボルを送信する出案シンボルが提案されており、送信す る情報ビット長が十分大きい場合には終端シンボルによる情報レート (bits/symbol) の劣 化は十分に小さいことが報告されている。しかしながら、情報ビット長が小さい場合にお いては送信シンボル数の増加に起因する情報レート低下の影響を無視できず、情報ビット 長が短い場合においても有効な符号化方式が必要となる、符号木にもとづく復号における パス収束の問題は、畳込み符号に対する復号法である逐次復号 [89] やビタビ復号 [69] な どにおいても検討されており、パスが収束するまで復号ビットの判定時刻を遅延させるこ とで復号誤り率が改善可能であることが示されている [16]. 本章では, Spinal 符号におい てパス収束を考慮した復号アルゴリズムとして、追加のシンボル送信が不要なスライディ ングブロック復号法を提案し、情報ビット長が小さな場合に有効な方式であることを示す。

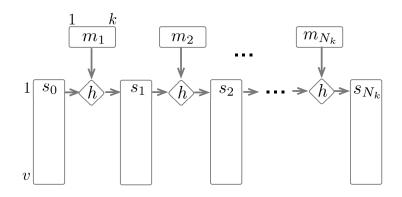


図 4.1: s_t の状態遷移

4.2 Spinal 符号とその復号法

4.2.1 Spinal 符号の符号化

Spinal 符号は 2011 年に Perry らによって提案された新たなレートレス符号のクラスであり、符号化においてハッシュ関数を用いる点が特徴として挙げられる。また、無線 LAN等で用いられるレート適応システムとは異なり、単一信号点配置のみで動作し、高密度な信号点配置での動作が可能である。復号においては、LDPC 符号やターボ符号と異なり確率伝搬アルゴリズムを用いることなく、準ML 復号により優れた特性を達成することができる。これは、符号語から送信シンボルを直接生成され、受信においては信号点へのデマッピングが不要となり軟情報の損失が生じない性質 [86] により達成される。また、生成される符号語の特性はハッシュ関数の特性に依存するため、ハッシュ関数の雪崩効果やpair-wise 独立性 [90] が誤り訂正能力に影響するため、符号木におけるノードと対応する s_t が衝突しにくいハッシュ関数が選択される。ハッシュ値の空間が十分に大きく、ハッシュの衝突確率が十分に小さい場合、Spinal 符号は近似的なランダム符号化であるとみなすことができ、文献 [88] においては、ランダム符号化における一様ランダムな性質をハッシュ関数の pair-wise 独立性に置き換えることで、Spinal 符号が通信路容量を達成可能であることが示されている。なお、ハッシュ関数は暗号学的ハッシュ関数である必要はなく、計算複雑性や、雪崩効果の特性などから Jenkins の one-at-a-time ハッシュ関数 [91] を用いる.

図 4.2: 送信シンボルのマッピング 46

符号語の生成には再帰的な構造を有するハッシュ関数を用いる. 時刻 t における v ビットのシード $s_t = \{0,1\}^v$, k ビットのメッセージ $m_{t+1} = \{0,1\}^k$ からハッシュ関数 h を用いて, 式 (4.1) のように時刻 t+1 のシード s_{t+1} を生成する.

$$s_{t+1} = h(s_t, m_{t+1}) (4.1)$$

次に、 s_t を符号器状態とみなし、 N_{msg} ビットのメッセージ M を h により符号化することを考える。まず、M を k ビットごとに $N_k (=\lfloor \frac{N_{msg}}{k} \rfloor)$ 個のサブメッセージ m_t $(t=1,\cdots,N_k)$ に分割し、符号器状態の初期値 s_0 、サブメッセージ m_1 と h から t=1 における符号器状態 s_1 を求める。同様にして、 $t=N_k$ まで s_{t-1} 、 m_t と h から s_t を再帰的に計算する。図 4.1 は s_t の状態遷移を表しており、 s_{t-1} とサブメッセージ m_t から s_t が再帰的に計算される様子を示している。続いて、 s_t を 2C ビットごとに分割し、分割したビット列のそれぞれを符号語として順に送信する。なお、 s_t をシードとした擬似乱数列を 2C ビットごとに分割することで符号語とする方式 [86] も提案されており、最適な符号語の分割の方法や、送信シンボルへのマッピング方法などについては検討の余地が残されている。Spinal 符号における符号語の生成は畳込み符号に類似しているが、畳込み符号よりも符号語ビットのランダム性が高い、符号語の生成に関わるビットの取扱いが非線形であることなどの点において異なる。

図 4.2 は符号語と送信シンボルのマッピングを示したものである. Spinal 符号における送信シンボルの生成は、符号語の 2C ビットのうち C ビットを同相成分、残りの C ビットを直交成分に割り当てることでシンボルを生成する. 文献 [86] では信号点配置として、格子点上に等間隔に配置される直交振幅変調(Quadrature Amplitude Modulation:QAM)、切断ガウス分布に従う信号点配置を検討しているが、スループットにおいて両方式に顕著な差は認められず、本論文では格子点上に等間隔に配置される QAM を用いる. 送信シンボル $x_{i,j}$ について、j を pass count と呼び、i は符号木の深さに対応する. 送信側では $x_{1,1},x_{2,1},\cdots,x_{N_k,1},x_{1,2},x_{2,2},\cdots$ のように同じ pass count j に属する N_k 個のシンボルを順に送信し、pass count j のシンボルを送信し終えると pass count j+1 に属するシンボルの送信を開始する. 送信側では受信側から復号成功を通知されるか、あらかじめ設定された最大送信シンボル数に達するまでシンボルを送信する. 受信側において α 個の受信

シンボルを用いて復号に成功した場合、レート R (bits/symbol) は $R = \frac{N_{msg}}{\alpha}$ となり、pass count l まで受信した場合のレートは次式となる.

$$R = \frac{N_{msg}}{\alpha} = \frac{N_{msg}}{N_k l} = \frac{k}{l} \tag{4.2}$$

この結果より明らかなように、Rの最大値はkによって決定される。しかしながらkの値が大きい場合、候補となるパス数が指数的に増加し復号時における計算複雑性が問題となるため、文献 [87] ではk=4 が選択されている。この場合、レートの最大値は4 (bits/symbol) 以下となるため、SNR が大きい場合において、より高いレートを達成するためにパンクチャリングが用いられる。Spinal 符号のパンクチャリングは畳込み符号などで用いられるパンクチャリングと異なり、同一 pass count に属するシンボルの送信順序を置換することで行われる。 N_k が8 の倍数であると仮定し、 $q_1=8,q_2=4,q_3=6,q_4=2,q_5=5,q_6=1,q_7=7,q_8=3$ とすると、パンクチャリングを用いた場合の送信シンボルは以下の手順に従って送信される。

- 1. pass count j=1 とする.
- 2. パンクチャリングについてのカウンタ v を v=1 として初期化し $_{,x_{i,j}}(i=1,\cdots,N_k)$ を以下の手順で送信する.
 - (a) 送信側は $x_{v+8u,j}(u=0,1,2,\cdots,\frac{N_k}{8}-1)$ を送信する. 受信側では復号を行い、復号に失敗した場合は 2.(b) へ、復号に成功した場合は復号成功が送信側に通知され送信側は送信を終了する.
 - (b) v < 8 の場合は v の値を +1 して, 2.(a). へ. v = 8 の場合は 3. へ.
- 3. *j* の値を +1 して 2. へ.

なお、パスメトリックは送信シンボル $x_{i,j}$ と受信シンボル $y_{i,j}$ 間の自乗距離で定義され、パンクチャリングにより消失しているシンボルに対応するブランチメトリックのメトリック値は 0 として復号を行う.

4.2.2 Spinal 符号の復号法

Spinal 符号の復号は符号木上のパス探索問題とみなすことができ、受信シンボルを $y_{i,j}$ 、送信シンボルを $x_{i,j}$ 、 s_i の候補を $s_{\hat{i},j}$ 、送信シンボルの候補を $x_{\hat{i},j}(\hat{s}_{\hat{i},j})$ 、とすると Spinal 符号の復号は次式で表されるパスメトリック V を最小にする $s_{\hat{i},j}$ の探索問題となる.

$$V = \sum_{i=1}^{l} \sum_{i=1}^{N_k} |y_{i,j} - \hat{x}_{i,j}(\hat{s}_{i,j})|^2$$
(4.3)

本論文では、パス探索アルゴリズムとして文献 [68] と同様に M-アルゴリズム [92] を用いる。 なお、レートよりも復号アルゴリズムの計算量が問題となる条件においては、しきい値アルゴリズム [93] や $\alpha-\beta$ 枝刈り [87] などの利用が検討されている。

4.3 パス収束を考慮した復号法

4.3.1 パス収束と終端シンボル

復号過程における生き残りパスは、符号木の終端に近いほど生き残りパスが正しいパスに収束しておらずiが N_k に近いパスほどパス誤り誤り率が高くなる。そのため、パスの収束特性を改善するために終端シンボルを利用する。例えば、pass count l において $x_{1,1},x_{2,1},\cdots,x_{N_k,1},x_{N_k,1}$ のように、 $i=N_k$ のシンボルを重複して送ることで収束特性が改善される。このとき、重複して N_{tail} シンボル送るとするとレートR は

$$R = \frac{N_{msg}}{(N_k + N_{tail})l} \tag{4.4}$$

となり、送信手順 2.(a) において v=1 である場合にのみ終端シンボルを追加送信する. また、式 (4.3) を終端シンボルとパンクチャリングを考慮した形に書き直すと次式となる.

$$V = \sum_{i=1}^{l} \sum_{i=1}^{N_k + N_{tail}} |y_{i,j} - \hat{x}_{i,j}(\hat{s}_{i,j})|^2 \rho_{i,j}$$
(4.5)

ただし $\rho_{i,j}$ は yi,j がパンクチャリングにより消失している場合には $\rho_{i,j}=0$, 消失していない場合には $\rho_{i,j}=1$ となる.

4.3.2 スライディングブロック復号法

式 (4.4) からわかるように, N_{msg} が N_{tail} と比較して相対的に小さい場合には, 送信シンボル数の増加によるレートの低下を無視できない. そのため, 本論文では N が小さな場合においてもレートを低下させない復号法が望ましい. 符号木にもとづく復号におけるパス収束の問題は, 畳込み符号の復号法などでよく検討されており, ビタビ復号 [16] においてはパスが収束するまで判定時刻を遅延させ, 収束したパスのみに対して復号ビットの判定を行うことでパスの収束特性を改善している. これは, 現在の時刻から遡るほど生き残り候補が正しいパスに収束する性質を利用しており, Spinal 符号の復号においても根に近いパスほど正しいパスに収束することが示されている [86,87]. そこで, 本論文では, 深さ N_k の符号木をブロックに分割し, パスの収束特性が良いブロックのみについて復号ビットの判定を行う, スライディングブロック復号法を提案する. スライディングブロック復号法を提案する. スライディングブロック復号法を提案する. スライディングブロック復号法を用いた場合における Spinal 符号の復号手順および, シンボルの送信規則を以下に示す.

まず、図 4.4 のように N_k 個のサブブロックを同数のサブブロックから構成される 2 つのブロック W_1 , W_2 に分割し,それぞれのブロックに対応する pass count を j_1, j_2 とし,パンクチャリングに関する変数をそれぞれ v_1, v_2 とする.ただし, N_k は偶数であるとし,図中の N_t は $N_t = N_k/2$ である.スライディングブロック復号では, W_1 と W_2 を接続した一つの符号木としてパスの探索を行うが,復号ビットの判定はパスの収束特性が良い W_1 についてのみ行う.また,復号に成功した場合はブロック W_1, W_2 を図 4.4 のように次のブロックにスライドさせ, W_2 の内容を W_1 にコピーし,復号に成功するたびにブロックをスライドさせる.シンボルの送信規則は, W_1, W_2 ごとの受信シンボル数が等しくなるように送信され, W_2 の pass count が $J_1 > J_2$ である場合には W_2 の送信シンボル x'_{i_2,j_2} のみが送信され, $J_1 = J_2$ である場合には W_1, W_2 の送信シンボル $X_{i_1,j_1}, x'_{i_2,j_2}$ の両方が送信される.スライディングブロック復号法を用いた場合の送信手順の詳細を以下に示す.

- 1. pass count $j_1 = 1, j_2 = 1$ とし, $v_1 = 1, v_2 = 1$ とする.
- 2. $j_1 > j_2$ なら 2.(a), $j_1 = j_2$ かつ $v_1 > v_2$ なら 2.(b), $j_1 = j_2$ かつ $v_1 = v_2$ なら 2.(c) へ.
 - (a) 送信側は W_2 に含まれる送信シンボル $x'_{v_2+8u,j_2}(u=0,1,2,\cdots,\frac{N_t}{8}-1)$ を送信

- する. 受信側では復号を行い, W_1 に対応する復号ビットに誤りが含まれていれば 2.(a).i へ, 誤りが含まれていなければ 3. へ.
- i. $v_2 = 8$ なら j_2 の値を +1 し、 $v_2 = 1$ として 2. へ. $v_2 < 8$ なら v_2 の値を +1 して 2. へ.
- (b) 送信側は W_2 に含まれる送信シンボル $x'_{v_2+8u,j_2}(u=0,1,2,\cdots,\frac{N_t}{8}-1)$ を送信する. 受信側では復号を行い, W_1 に対応する復号ビットに誤りが含まれていれば 2.(b).i へ, 誤りが含まれていなければ 3. へ.
 - i. $v_2 < 8$ なら v_2 の値を +1 して 2. へ.
- (c) 送信側は W_1,W_2 に含まれる送信シンボル $x_{v_1+8u,j_1},x'_{v_2+8u,j_2}(u=0,1,2,\cdots,\frac{N_t}{8}-1)$ を送信する. 受信側では復号を行い, W_1 に対応する復号ビットに誤りが含まれていれば 2.(c).i へ, 誤りが含まれていなければ 3. へ.
 - i. $v_1 = v_2 = 8$ なら j_1, j_2 の値を +1 し、 $v_1 = v_2 = 1$ として 2. へ. $v_1 < 8$ かつ $v_2 < 8$ なら v_1, v_2 の値を +1 して 2. へ.
- 3. 送信側に復号成功が通知され、送信側では W_1 ブロックに対応する spine 系列を W_2 の内容で上書きし、 W_2 ブロックに対応する spine 系列を新たに生成する. 受信側では、 W_1 の内容を W_2 で上書きし $j_1=j_2, v_1=v_2$ とした後、 W_2 の内容を初期化し、 $j_2=1, v_2=1$ として 2. へ.

なお、実際のシステムにおいては情報ビット系列が有限長であるため、連続するブロックの終端部においてレートの低下が予想される。この場合には、ゼロパディングを行うか、従来の終端シンボルを用いるなどの対応が必要となるが、情報ビット長が十分に長い場合にはレートの低下は十分に小さいため、本論文では情報ビット長が無限である場合のレートを用いて評価する。

続いて シミュレーションによりスライディングブロック復号法の特性評価を行う. $C=6, k=4, \text{M-PHIJIJIAOAFップ毎の生き残り候補数 } B=64, N_{tail}=1$ とし、終端シンボルを用いた場合、スライディングブロック復号法を用いた場合における、AWGN 通信路におけるレート (bits/symbol) を求める.

図 4.5-4.8. は $N_{msg}=256,128,64$ の場合における SNR に対するレートを示しており、図中の Capacity は AWGN における通信路容量、Tail は終端シンボルを用いた場合、Sliding Block はスライディングブロック復号を用いた場合のレートである。図より、 $N_{msg}=256,128$ の場合に大きなレート差は見られないが、 $N_{msg}=64$ の場合においては、0.2—0.6 (bit/symbol) ほど改善しており、スライディングブロック復号法が N_{msg} が小さな場合にも有効であるといえる。また、スライディングブロック復号法を用いた場合、収束特定の良いパスのみについて判定するため、 N_{msg} の値が変化しても、レートがほぼ変化していないことがわかる。

図 4.8 は SNR を 10,20,30dB で固定し、N を 64,128,256 で変化させた場合における両方式のレート差 R_d を示しており、スライディングブロック復号法を用いた場合のレートを R_s 、終端シンボルを用いた場合のレート R_t とすると $R_d=R_s-R_t$ で定義される。図より、 $N_{msg}=256$ の場合にはどの SNR においても、レートの差は見られないが、 $N_{msg}=128,64$ ではスライディングブロック復号法を用いることでレートが改善しており、また N_{msg} が小さいほどスライディングブロック復号法によるレートの改善が大きくなることがわかる。

4.4 結言

本章では、Spinal 符号の復号法としてスライディングブロック復号法について検討した。その結果、復号時における符号木を複数のブロックに分割し、パスの収束特性の良いブロックのみについて判定を行うことで、符号長が短い場合においてもレートを低下させずに復号可能であることを明らかにした。

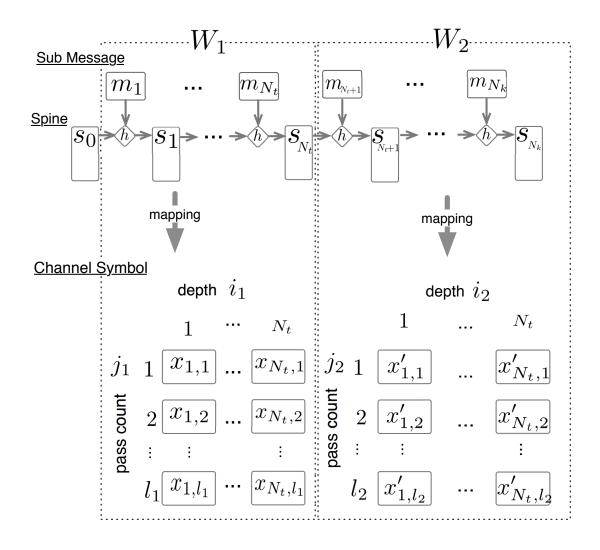
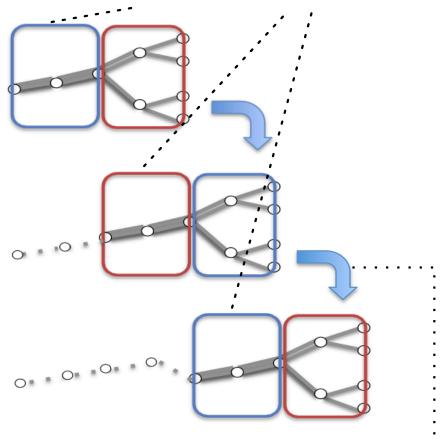


図 4.3: サブブロックへの分割

We determine the best path in the forward block.



When the forward window is decoded, the window is then shifted to the next block.

図 4.4: スライディングブロック復号法

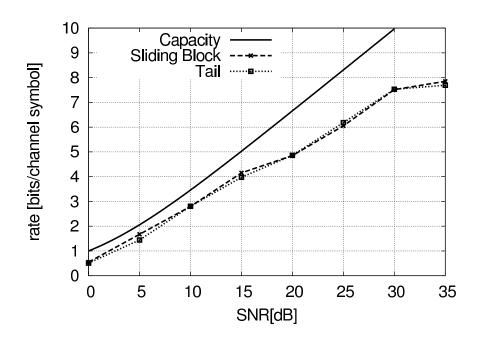


図 4.5: 情報ビット長 $N_{msg}=256$ におけるレート

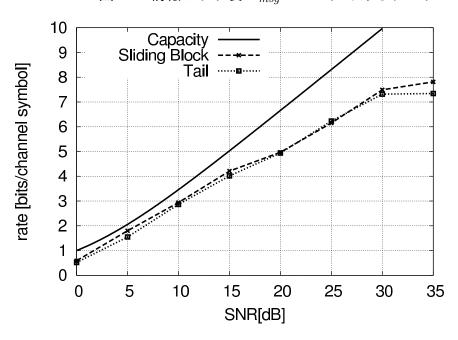


図 4.6: 情報ビット長 $N_{msg}=128$ におけるレート

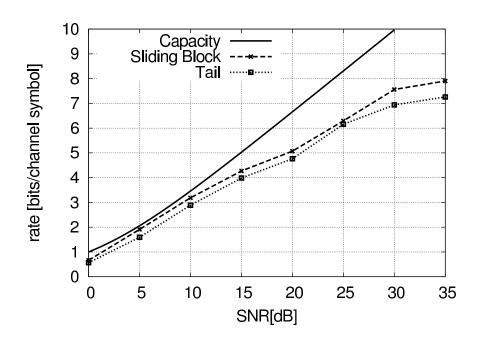


図 4.7: 情報ビット長 $N_{msg}=64$ におけるレート

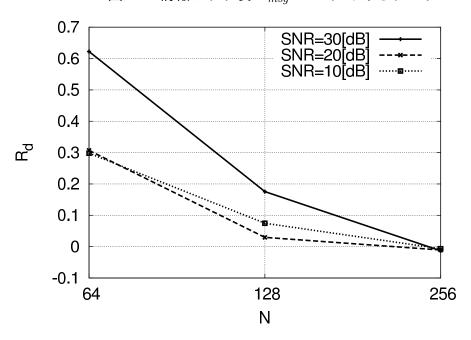


図 4.8: 情報ビット長 N_{msg} に対するレートの差

第5章 Spinal符号におけるしきい値復号法

5.1 緒言

Spinal 符号 [68,86] はレートレス符号 [63,65,66] の新たなクラスであり、二元対称通信路、加法性白色ガウス雑音(Additive White Gaussian Noise:AWGN)通信路において通信路容量に漸近する符号である。Spinal 符号の復号は符号木上のパスを動的計画法にもとづいて探索することによって行われ、M-アルゴリズム [68,92]、Beam Search [86]、 α - β 枝刈り [87] を用いた復号法が検討されている。これらの復号アルゴリズムでは通信路容量に漸近するレートを達成しているが、復号アルゴリズム中のソートがシステム全体のボトルネックとなるため、より高いシステムスループットを達成するにはソートを用いない復号アルゴリズムが有効であると考えられる。

符号木の動的探索による復号法は、拘束長の非常に大きな畳込み符号に対する復号法である逐次復号 [89,92] などにおいて検討されており、ソートを用いない復号アルゴリズムとして、T-アルゴリズム [94]、メトリック値にもとづくしきい値アルゴリズム [95] などが提案され、並列度を向上させることでシステム全体のスループットを向上しうることが示されている [96].

本章では Spinal 符号に対し、しきい値復号法の適用を検討する。また、従来の復号法に対して、しきい値復号法が高い並列性を実現し、計算複雑性とスループットの観点において有効な復号法であることを示す。

5.2 しきい値アルゴリズムによる復号法

Spinal 符号の復号アルゴリズムでは、符号木において幅優先探索を行う。木の深さを $i(=1,2,\cdots,N_k)$ 、深さiにおける生き残りパス数を B_i とし、 B_1,B_2,\cdots,B_{N_k} の平均値を \overline{B} とする。本論文では復号アルゴリズムにおける計算複雑性の指標として復号成功時における平均生き残りパス数を用いる。文献 [86] では復号アルゴリズムとしてM-アルゴリズムを検討しているが、生き残りパス候補のソートにおいてすべての要素を互いに比較しなければならず、比較におけるデータ間の相互依存性がボトルネックの原因となる。本節ではソートを用いるアルゴリズムとしてM-アルゴリズム、ソートを用いないアルゴリズムとしてM-アルゴリズム、ソートを用いないアルゴリズムとしてM-アルゴリズム、ソートを用いないアルゴリズムとしてM-アルゴリズム、ソートを用いないアルゴリズムとしてM-アルゴリズム。

M-アルゴリズムでは深さiを更新するごとにメトリック値の小さな上位 B_M 個の候補のみを生き残りパスとし、それ以外を棄却する。次に、深さiにおいて生き残った B_M 個のノードについてのみ枝を伸ばし深さをi+1とする。このとき、 $B_M 2^k$ 個の生き残りパス候補のうち上位 B_M 個を新たな生き残りパスとする。この過程を $i=N_k$ まで繰り返し、 $i=N_k$ における最も小さなメトリック値を持つパスのラベルを復号結果とする。ただし、M-アルゴリズムにおいて B_M は事前に設定された定数値であるが、生き残り候補数が B_M 個以下の場合は全ての候補を生き残りパスとする。

図 5.1 は前章におけるパラメータに C=6, $N_{msg}=64$, k=4, $N_{tail}=1$ とした場合の B_M の値に対するレート R をシミュレーションにより求めたものであり, R は AWGN 通信路において, 復号に成功した時刻におけるレートの平均値である. 図より B_M の増加ともに正しいパスが棄却される確率が低くなるためレートが改善するが, $B_M=64$ 以上においてはレートの改善がみられないことがわかる. また, B_M の値が 8, 16, 32 の範囲で変化する場合においてレートに大きな差が見られるが、これは、

- i における生き残りパスのそれぞれが i+1 において $16(=2^4)$ 個の子要素を生き残りパスの候補に持つ
- 共通の親を持つ生き残りパス候補同士はメトリック値が近い値をとる

ullet B_M が 16 以下では、共通の親を持つパスのみが生き残りやすく、正しいパスを誤って棄却する確率が高くなる

ためであると考えられる.

5.2.1 T-アルゴリズム

T-アルゴリズムは、深さiを更新するごとに最小のメトリック値 $m_{min,i}$ を持つ候補パスを探索し、 B_i2^k 個の候補となるメトリック値 m_i $(i=1,2,\cdots,B2^k)$ について

$$m_i - m_{\min,i} < T_{th} \tag{5.1}$$

を満たす候補のみを生き残りパスとする。ただし、 T_{th} はあらかじめ設定されるスレッショルド値である。T-アルゴリズムは畳込み符号に対する逐次復号法として提案された方式であり、Spinal 符号のような送信シンボルの半数以上を間引くようなパンクチャリングの利用を想定しておらず、Spinal 符号に適用する場合パス数の急激な増加が問題となる。例として、前章におけるパンクチャリングを用いたシンボルの送信手順 2.(a) において pass count j=1 の場合を考えると、復号におけるパスメトリック値は $i\neq 8+8u(u=0,1,\cdots,\frac{N_k}{8}-1)$ において 0 となる。この場合、符号木の根から 7 シンボル分のパスメトリック値は全て 0 となり、 2^{112} 個候補パスを評価できないため候補パスが指数的に増加することになる。すなわち、pass count が j=1 である場合、パンクチャリングによるシンボル消失が連続していると、生き残り候補が指数的に増加し、現実的な時間での復号が不可能となる。そこで、任意の (i,j) において生き残りパス数が B_{max} を超過した場合を復号誤りとして扱うものとし、この場合受信側では追加のシンボル到着を待つ。なお pass count が $j\geq 2$ の場合においては、パンクチャリングによりシンボルが消失している場合においても、j-1 におけるシンボルのブランチメトリックへの寄与分が計算可能なため、生き残りパス候補数の増加は大幅に軽減される。

図 5.2 は図 5.1 と同様の条件のもと、復号に成功した場合における平均生き残りパス数 \overline{B} と T_{th} の関係をシミュレーションにより求めたものであり、 $B_{max}=256$ とした. しきい値アルゴリズムではスレッショルド値が大きくいほど、候補数が単調に増加すると考えら

れるが、図より信号対雑音電力比 (Signal to Noise power Ratio:SNR)=20, 30dB においては \overline{B} が大きく変動している。この変動は生き残りパスの候補数に上限 B_{max} を設定したことに対して、pass count j=1 におけるパンクチャリングによるパスの増加が影響したためであり、すなわち

- T_{th} が大きくなるにつれて平均生き残りパス数が増加する
- pass count j=1 において、パンクチャリングによりシンボルが消失していない i における平均生き残り数が増加し 16 程度になると、パンクチャリングによりシンボルが消失している i において生き残りパスの候補数が $16(=2^4)$ 倍され生き残り候補数が $B_{max}=256$ に達し、復号失敗となる確率が高くなる
- 復号失敗の確率が高くなると、パンクチャリングによるシンボル消失数がより少ない条件において復号を行うことになり、消失シンボル数の減少により、
 が減少する
- ullet さらに T_{th} を大きくすると各 i における平均生き残り候補数の増加の影響が強くなり、 \overline{B} が増加に転じる

を繰り返すためであり、図中において増加から減少に大きく転じる点はパンクチャリングによる消失シンボル数の変化に対応する. $T_{th}=0.25,0.75,1.25,1.75$ 付近に 4 点確認できるが、それぞれ前節のパンクチャリング送信規則における $x_{5+8u},x_{1+8u},x_{7+8u},x_{3+8u}$ に対応する. また $\mathrm{SNR}=10\mathrm{dB}$ においては \overline{B} は単調に増加しているが、これは $\mathrm{SNR}=10\mathrm{dB}$ においては pass count が j=1 では復号に成功せず、 $j\geq 2$ において復号に成功しており、生き残りパスの候補が指数的には増加しないためであると考えられる.

5.2.2 メトリック値にもとづくしきい値アルゴリズム

T-アルゴリズムではソートを用いないが最小要素の探索が必要であり、計算複雑性と生き残りパスの比較における相互依存性はソートを用いる場合よりも低減されているが、生き残りパス間における依存関係はシステムのボトルネックとなりうる. 以下、生き残りパス間の相互依存性が存在しない復号アルゴリズムである、メトリック値にもとづくしきい

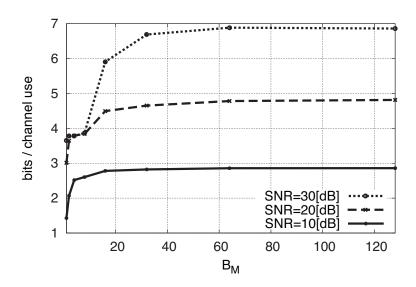


図 5.1: *B_M* に対するレート *R*

値アルゴリズムについて示す。AWGN 通信路において、送信シンボル $x_{i,j}$ に加算される雑音成分を $e_{i,j}$ とする。このとき、正しいパスのパスメトリック V_c は $y_{i,j}=x_{i,j}+e_{i,j}$ であることより

$$V_{c} = \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{N_{k}+N_{tail}} |y_{i,j} - x_{i,j}|^{2} \rho_{i,j}$$

$$= \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{N_{k}+N_{tail}} |e_{i,j}|^{2} \rho_{i,j} = \sum_{j=1}^{\alpha} |e_{j}|^{2}$$
(5.2)

となり、すなわち、同相成分、直交成分を考慮すると V_c は自由度 2α のカイ二乗分布で表せる。ただし、 α は任意の (i,j) においてパスメトリック計算に用いられたシンボル数である。 雑音成分 e_j の同相成分、直交成分についてそれぞれ平均 0、分散 σ^2 であるとすると、 V_c の累積分布関数 $F_{V_c}(V_c;\alpha)$ は自由度 β であるカイ二乗分布の累積分布関数 $F_{chi}(z;\beta)$ を用いて次式となる。

$$F_{V_c}(V_c; 2\alpha) = F_{chi}(\frac{V_c}{\sigma^2}; 2\alpha) = \frac{\gamma(\alpha, \frac{V_c}{2\sigma^2})}{\Gamma(\alpha)}$$
(5.3)

ただし、ここで $\gamma(\cdot,\cdot)$ は第一種不完全ガンマ関数、 $\Gamma(\cdot)$ は完全ガンマ関数である。深さ i、pass count j において、スレッショルド値 $\theta_{i,j}$ を超過するメトリック値を持つパスを棄却

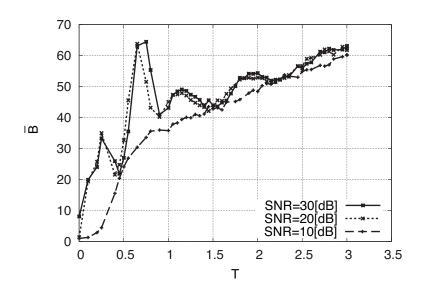


図 5.2: T_{th} に対する平均生き残りパス数

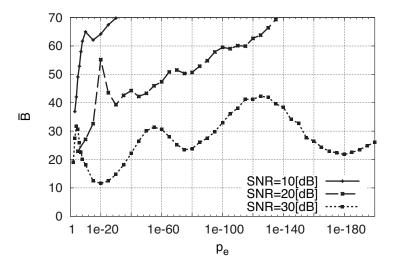


図 5.3: p_e に対する平均生き残りパス数

すると、pass count j、深さ i-1 において正しいパスが生き残っている場合に、深さ i において正しいパスが棄却される確率 p_e は

$$p_{e} = 1 - F_{V_{c}}(\theta_{i,j}, 2\alpha)$$

$$= 1 - \frac{\gamma(\alpha, \frac{V_{c}}{2\sigma^{2}})}{\Gamma(\alpha)}$$

$$= \frac{\Gamma(\alpha, \frac{\theta_{i,j}}{2\sigma^{2}})}{\Gamma(\alpha)}$$
(5.4)

となる. ただし, $\Gamma(\cdot,\cdot)$ は第二種不完全ガンマ関数であり, $\Gamma(a,x)+\gamma(a,x)=\Gamma(a)$ を満たす. ここで

$$Q(a,z) = \frac{\Gamma(a,z)}{\Gamma(a)}$$
 (5.5)

とすると,

$$\theta_{i,j} = 2\sigma^2 Q^{-1}(a, p_e) \tag{5.6}$$

となる。すなわち、あらかじめに設定されたパス棄却率 p_e 、雑音電力 σ^2 、(i,j) においてパスメトリック計算に用いられた受信シンボル数 α にからスレッショルド値 $\theta_{i,j}$ は計算される。また、メトリックにもとづくしきい値アルゴリズムも T-アルゴリズムと同様の理由により、生き残りパス数の上限 B_{max} を設定し、 B_{max} を超過した場合は復号誤りとする。

図 5.3 は図 5.2 と同様の条件のもと, p_e と \overline{B} の関係を表したものである. 図より T-アルゴリズムと同様に pass count j=1 においては生き残りパス数が大きく変動しており, また, SNR が大きい場合においては平均生き残りパス数がほぼ 64 以下になっていることがわかる.

5.2.3 特性評価

本節では、M-アルゴリズム、T-アルゴリズム、メトリック値にもとづくしきい値アルゴリズムの特性評価を行う。 $C=6,\ N_{msg}=64,\ k=4,\ N_{tail}=1,\ B_M=64B_{max}=256$ とし、T-アルゴリズム、メトリック値にもとづくスレッショルドアルゴリズムのスレッショ

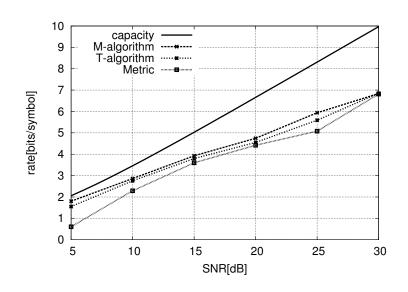


図 5.4: 各復号アルゴリズムのレート (AWGN)

ルド値は、SNR ごとに探索的に求めた値を用いた。図 5.4 は各方式のスループット特性を表しており、図中の Capacity は AWGN における通信路容量、M-algorithm、T-algorithm、Metric はそれぞれ M-アルゴリズム、T-アルゴリズム、メトリック値にもとづくスレッショルドアルゴリズムを表す。表 5.1 は復号成功時における平均生き残りパス数を示しており、図、表より T-algorithm は M-algorithm と同程度のレート達成しており、また各 SNR において M-algorithm よりも少ない平均生き残りパス数で復号できていることがわかる。また、メトリック値にもとづくしきい値復号法では、レートが M-algorithm より劣化するが、M-algorithm よりも平均生き残りパス数が少なく、計算複雑性に制約がある場合において有効な方式であると考えられる。

5.3 受信シンボル数にもとづくしきい値復号法

しきい値復号法を用いる場合、情報レート (bits/symbol) を最大にする最適なしきい値は SNR に依存するため、通信路において SNR を推定する必要がある. しかし、通信路に SNR の推定に誤差が生じる場合しきい値を最適な値に設定できず、情報レートが劣化してしまうと考えられ、したがって SNR に依存しないしきい値の設定法が望ましい. 本節

表 5.1: SNR に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}(AWGN)$

SNR[dB]	T-algorithm	Metric
5	30.4	30.2
10	24.4	35.6
15	13.0	26.5
20	14.3	18.2
25	20.5	14.9
30	21.6	27.2

では SNR の推定が不要なしきい値の設定法について検討する. まずレートレス符号の特性, しきい値の設定法について説明し, シミュレーションによる特性評価を行う.

レートレス符号を用いる場合、復号成功に必要なシンボル数は通信路の状態に応じて変化し、雑音電力が大きな場合にはより多くのシンボルが必要になり、雑音電力が小さな場合には必要なシンボル数は減少する。この特性を情報レートの観点から述べると、受信シンボル数が増加するにつれ情報レートが低下していき、その時刻に通信路容量を下回ると十分に高い確率で復号に成功する。つまり、復号側においては受信シンボルが不足している状況においては、しきい値の設定に関わらず高い確率で復号に失敗することになる。この点に着目すると、受信シンボルが不足している状況においてはしきい値を最適値より小さく設定しても、平均的な情報レートは劣化しないと考えられ、また、復号に必要なシンボル数と最適しきい値が SNR に依存する点を考慮すると、復号に用いる受信シンボル数ごとに異なるしきい値を設定しても平均的な情報レートは大きく劣化しないことが期待できる。受信シンボルにもとづくしきい値の設定法を以下に示す。

- 1. 各 SNR に対する最適なしきい値を探索的に求め、最適しきい値 θ_{opt} 、その SNR と最適しきい値に対する情報レート R の組 (θ_{opt},R)) のテーブルを作成し、テーブルの要素を R について降順でソートする
- 2. 時刻 t において復号に用いるシンボル数を α , 情報ビット長を N_{msg} とし, シンボル数 α で復号に成功した場合の情報レート $R(\alpha)=\frac{N_{msg}}{\alpha}$ を求める

表 5.2: SNR に対する平均生き残りパス数 \overline{B} (受信シンボル数にもとづくしきい値復号)

SNR[dB]	T-algorithm (count)	Metric (count)
5	28.5	50.6
10	37.8	33.7
15	32.7	26.1
20	18.8	17.5
25	17.0	14.2
30	13.0	27.7

3. 求めた $R(\alpha)$ に対して、テーブル内の i 番目のレート $R_i(\theta_{opt})$ について、 $R_i \geq R(\alpha) < R_{i+1}$ となる R_i に対する最適しきい値を、時刻 t において行う復号処理のしきい値として設定する

以上のように、その時刻における受信シンボル数に応じてしきい値を設定するアルゴリズムはレートレス符号に対してしきい値復号法を用いる場合に適応でき、本論文では、前節における T-アルゴリズム、メトリックにもとづくしきい値アルゴリズムについて、このアルゴリズムを適応した場合の特性評価を行う。図 5.5 は図 5.4 と同様の条件のもと、M-アルゴリズム [M-algorithm]、T-アルゴリズム [T-algorithm]、メトリックにもとづくしきい値 [Metric]、および T-アルゴリズムに提案方式を適応したもの [T-algorithm(count)]、メトリックにもとづくしきい値アルゴリズムに提案方式を用いた場合 [Metric(count)] のレート特性を示しており、表 5.2 は各 SNR における復号成功時の平均生き残り本数を表にまとめたものである。なお、スレッショルドのテーブルは前節で求めた最適しきい値とレートの組から作成した。図よりわかるように、T-アルゴリズム、メトリックにもとづくしきい値アルゴリズムに対して提案方式を適用したいずれの場合においても従来のしきい値アルゴリズムに対して提案方式を適用したいずれの場合においても従来のしきい値アルゴリズムによる復号と同程度の情報レートを達成しており、提案方式が SNR の推定が不要で、かつ復号複雑性を低減するアルゴリズムとして有効であることがわかる。

図 5.6-5.9 は図 5.4 と同様の条件のもと、通信路に干渉が存在する場合のレート特性を示しており、通信路において、AWGN 以外の妨害成分が存在する場合のしきい値への影響

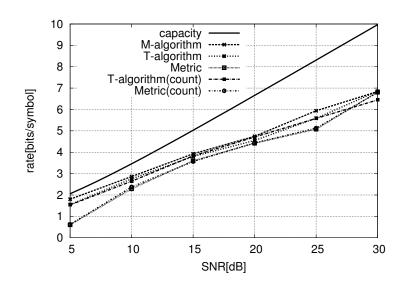


図 5.5: 各復号アルゴリズムのレート (受信シンボル数にもとづくしきい値復号)

を検討したものである。なお,表 5.3-5.3 は生き残りパス数を示している。なお,各方式のしきい値は AWGN における最適しきい値を用い,位相が一様ランダム,干渉電力一定の干渉が加えられるとし,信号対干渉電力比 (Signal to Interference power Ratio : SIR) = 0, -5[dB] の場合についてそれぞれシミュレーションを行った。また,干渉のバースト長は1 シンボルとし,干渉の生起間隔 τ (≥ 0) は $\lambda = 0.1, 0.01$ をパラメータとする以下の指数分布に従う離散値をとるランダム変数である.

$$f(\tau) = \lambda \exp(-\lambda \tau) \tag{5.7}$$

これらの結果より、干渉波が存在する場合においては、受信シンボルにもとづいてしきい値を決定する方式はそれほど特性が劣化していないのに対し、しきい値を固定した従来の T-algorithm、Metric は特性が劣化している。これは、干渉成分が存在する場合において、AWGN において設定されたしきい値が最適値とならないために特性が劣化しており、受信シンボルにもとづく方式では復号に失敗した場合においてもしきい値の値が増加していくためにしきい値の不整合の影響を軽減できたためであると考えられる。また生き残りパス数は、各パラメータにおいていずれも 64 以下であり、複雑性がほぼ増加していないことがわかる。

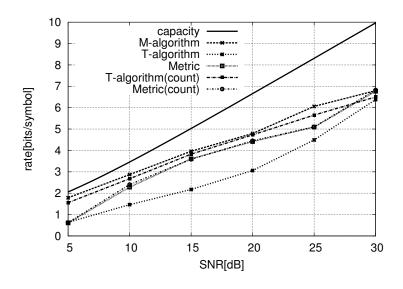


図 5.6: 各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.1,\,\mathrm{SIR}{=}0[\mathrm{dB}])$

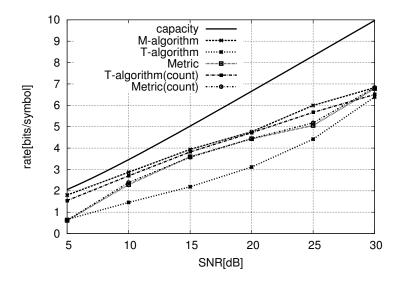


図 5.7: 各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.1,\,\mathrm{SIR}\text{=-}5[\mathrm{dB}])$

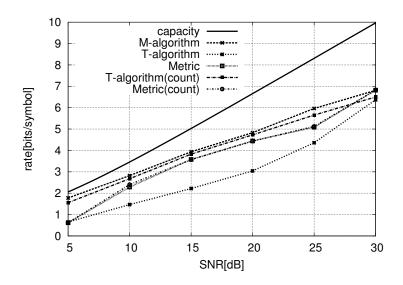


図 5.8: 各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.01,\,\mathrm{SIR}{=}0[\mathrm{dB}])$

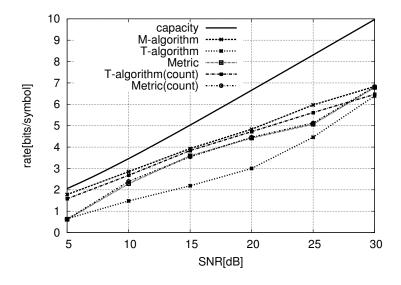


図 5.9: 各復号アルゴリズムのレート $(\lambda=0.01,\,\mathrm{SIR}\text{=-}5[\mathrm{dB}])$

表 5.3: SNR に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路, $\lambda=0.1,$ SIR=0[dB])

SNR[dB]	T-algorithm	Metric	T (count)	Metric (count)
5	1.0	50.3	29.9	50.6
10	1.0	34.5	37.2	33.6
15	1.0	26.8	33.3	27.0
20	1.4	17.7	18.8	18.2
25	3.8	13.0	16.9	13.7
30	8.8	26.8	12.7	27.4

表 5.4: SNR に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路, $\lambda=0.1,$ SIR=- $5[\mathrm{dB}])$

SNR[dB]	T-algorithm	Metric	T (count)	Metric (count)
5	1.0	49.0	28.0	49.3
10	1.0	35.0	36.7	32.9
15	1.0	25.5	33.1	26.0
20	1.5	17.7	18.6	18.1
25	3.6	13.7	17.4	14.7
30	8.9	26.0	12.8	28.5

表 5.5: SNR に対する平均生き残りパス数 $\overline{B}($ 干渉通信路, $\lambda=0.01,$ SIR=0[dB])

SNR[dB]	T-algorithm	Metric	T (count)	Metric (count)
5	1.0	50.3	29.9	50.6
10	1.0	34.5	37.2	33.6
15	1.0	26.8	33.3	27.0
20	1.4	17.7	18.8	18.2
25	3.8	13.6	16.9	13.7
30	8.8	26.8	12.7	27.4

表 5.6: SNR に対する平均生き残りパス数 \overline{B} (干渉通信路, $\lambda=0.01$, SIR=-5[dB])

SNR[dB]	T-algorithm	Metric	T (count)	Metric (count)
5	1.0	49.0	28.0	49.3
10	1.0	35.9	36.7	32.9
15	1.0	25.5	33.1	26.0
20	1.5	17.7	18.6	18.1
25	3.6	13.2	17.4	14.7
30	8.9	26.0	12.8	28.5

表 5.7: SNR に対する平均生き残りパス数 \overline{B} (レイリーフェージング)

SNR[dB]	T-algorithm	Metric	T (count)	Metric (count)
5	7.1	36.2	7.7	33.6
10	1.8	29.6	29.2	34.6
15	1.1	0	36.6	0
20	1.0	0	39.0	0
25	1.0	0	38.4	0
30	1.0	0	38.4	0

図 5.10 は図 5.4 と同様の条件のもとで、通信路においてレイリーフェージングにより振幅がランダムに変動する場合のレートを示しており、表 5.7 は平均生き残りパス数である、なお、各方式のしきい値は AWGN における最適しきい値を用い、レイリーフェージング通信路においては各時刻の受信信号振幅は時刻に対して独立に γ 倍されるものとし、 γ は次式のレイリー分布に従う。 ただしシミュレーションにおいて $\sigma_R^2=1/2$ とした.

$$f(\gamma) = \frac{\gamma}{\sigma_R^2} \exp(-\frac{\gamma^2}{2\sigma_R^2}) \tag{5.8}$$

図の結果より、フェージングの影響によりいずれの復号法においてもレートが劣化しているが、M-algorithm と T-algorithm(count) 間のレートの差は 0.2-0.5(bits/symbol) 程度に抑えられている。また、平均生き残りパス数は 64 以下となっているが、生き残り数が T-algorithm において 1.0、Metric において 0 となっているのは、しきい値の不整合により

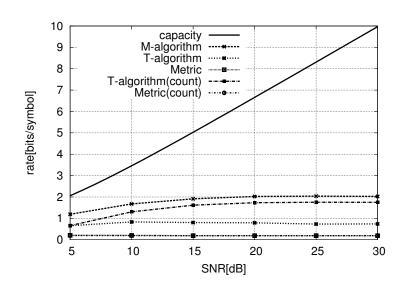


図 5.10: 各復号アルゴリズムのレート (レイリーフェージング)

正しく復号できていない場合に対応すると考えられる。また、干渉が加えられる場合の結果をと同様に、受信シンボル数にもとづく復号法では復号に失敗した場合、しきい値が変化するため、しきい値の不整合の影響を軽減できていると考えられる。

5.4 結言

本章では、しきい値復号として T-アルゴリズム、メトリック値にもとづくしきい値アルゴリズムを用いた場合における Spinal 符号の特性について検討した。その結果、従来の復号法である M-アルゴリズムよりも少ない平均生き残りパス数のもとで従来手法と同程度のスループットを達成することを明らかにした。また、しきい値アルゴリズムでは SNR の推定が必要となるが、復号においてソートを用いないことで、生き残りパス候補間の依存性を解消し、復号におけるシステムの並列度を高めうることを示した。また、しきい値の設定において、受信シンボル数を用いることで、通進路状況の推定が不要なしきい値の設定法を提案した。その結果、AWGN 通信路においては提案手法は M-アルゴリズムよりも低い複雑性で M-アルゴリズムと同程度の特性を示し、通信路において干渉やフェージングの影響によりしきい値に不整合が生じた場合においても、復号失敗にともないしきい

値が増加する性質により従来のしきい値復号法と比較した場合にしきい値の不整合の影響を軽減することを示した.

第6章 符号語分割にもとづくレートレス 符号

6.1 緒言

Perry らによって提案された Spinal 符号は文献 [68] において情報ビット長 $N_{msg}=24$ であるような短いビット長においても動作することが報告されている。また、符号器の初期状態 s_0 が固定され、かつ情報ビット長が数十ビット程度の場合における Spinal 符号の符号木は、一般的なブロック符号における符号木の構造と比較して大きな差異は見られず、Spinal 符号の符号化におけるハッシュ関数を異なるランダムな構造に置換することでレートレス符号が構成できると考えられる。本章では、符号語分割にもとづくレートレス符号の構成法を提案しその特性をシミュレーションにより評価する。

6.2 符号語分割にもとづくレートレス符号の構成法

本節では、符号語分割にもとづくレートレス符号の構成法について説明する. Spinal 符号の符号化においては図 4.1, 4.2 に示すように以下の手順で符号語系列、送信シンボル系列が生成される.

- 1. N_{msg} ビット長の情報メッセージを k ビット分割し, N_k 個のサブメッセージを生成する
- 2. 分割したサブメッセージと、符号器状態の初期状態 s_0 、ハッシュ関数を用いて再帰的に符号器状態系列 s_1, s_2, \cdot, s_{N_k} を生成する

- 3. 符号器状態 s_i を 2C ビットごとに分割し、それぞれを送信シンボルへとマッピング し送信系列を生成する。ことのき、2C ビットごとに分割された各ビット列は符号語 とみなせる
- 4. 復号側では、受信したシンボル系列から最小距離復号を用いて復号する. 復号に成功 した場合は復号成功を送信側に通知し、失敗した場合は追加のシンボル到着を待つ.

文献 [68] においては、符号器の初期状態 $s_0=0$ 、情報ビット長 $N_{msg}=24$ 、情報サブブロック長 k=8 の場合について Spinal 符号の特性を評価しており、この条件のもとでは符号木の深さは 3 段となる。このような情報ビット長が短い場合には、符号木の深さ N_k も相対的に小さくなり、数十ビット程度の N_{msg} に対しては従来のブロック符号における符号木との構造的な差異は軽微であり、 Spinal 符号におけるハッシュ関数を (n,k,d) ブロック符号で置き換えることが可能であると考えられる。

図 6.1 に本論文で提案する符号語分割にもとづく符号器の構造を示す。図中,上側の図は深さが 1 段の符号木で定義される Spinal 符号の符号器であり,初期状態 s_0 に対し,情報プロックとハッシュ関数から符号器状態 s_1 が生成される様子を示している。図中,下側の図は Spinal 符号におけるハッシュ関数をプロック符号の符号器で置き換えたものであり,情報プロックをプロック符号の符号器で符号化し,符号語 s_1 が生成され,送信シンボルは Spinal 符号と同様に符号語を 2C ビットごとに分割して生成される。ただし,符号語の分割において s_1 の符号長を超過する場合には,符号語の先頭から循環的に参照する。例えば,32 ビット符号語 (b_1,b_2,\cdots,b_{32}) を 6 ビット単位に分割する場合,分割により生成される符号語系列は, (b_1,\cdots,b_6) , (b_7,\cdots,b_{12}) ,、 $(b_{31},b_{32},b_1,\cdots,b_4)$,、 となる。

続いて、本論文で用いるブロック符号について説明する。本論文では、Spinal 符号と同程度の情報ブロック長を対象とし、情報ブロック長 24 ビット、ブロック符号の符号長 32 ビットであるような構成について検討する。まず、従来の (32,24) ブロック符号をそのまま適応する場合を考えると、復号時において候補となる符号語が指数的に増加してしまうため、図 6.2 のように情報ブロックをサブブロックに分割し、2 つの (32,12) ブロック符号の符号器で独立に符号化し、それぞれを同相成分、直交成分にマッピングし信号を送信するような構成を考える。この場合、復号時に候補となる符号語は 2²⁴ から 2¹³ へと減少する。

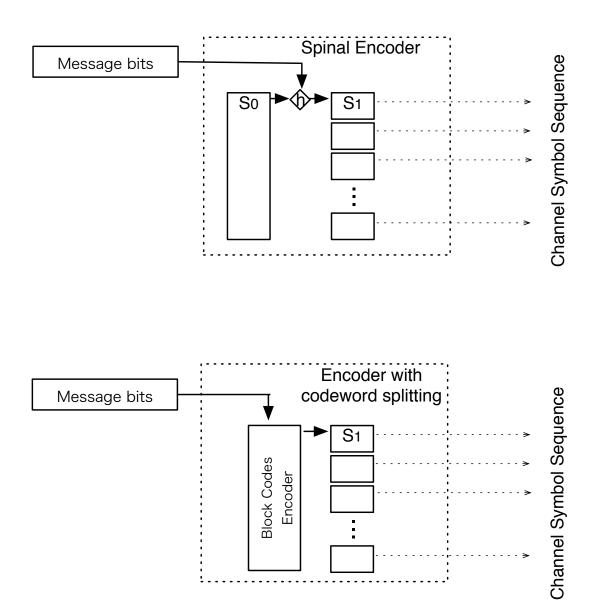


図 6.1: 符号語分割を用いた符号器の構成

次に、(32,12) ブロック符号の生成行列について説明する。本論文で用いる生成行列を検討するため、最良符号データベース [97] に登録されている 67 個の (32,12,10) 線形ブロック符号を用いてレートレス符号を構成し、レート特性をシミュレーションにより求めた結果を図 6.2 に示す。シミュレーションにおいて、同相成分、直交成分はそれぞれ 64ASK (Amplitude Shift Keying) によって変調され、受信側における 2 つの復号器のいずれにも復号誤りが含まれない場合にのみ復号成功を送信側へ通知するものとし、いずれか片方の復号結果に誤りが含まれていた場合には復号誤りとして双方の受信機とも追加のシンボルを受信する。図よりわかるように符号によって、レートに差が生じていることが解り、これは 32 ビットの符号語を分割された符号語系列で見た場合の距離特性に起因する差異であると考えられる。また、図 6.3 は $N_{msg}=24,k=8,C=6$ とした場合の Spinal 符号のレート特性であり、符号号分割にもとづく構成は Spinal 符号と同程度の特性を示すことがわかる。本論文ではこれら 67 通りの結果のうち、レートにおいて優れた特性を示したか符号を生成行列として用いるものとし、その生成行列は次式で与えられる。

6.3 連接符号の構成法

前節において、提案した符号語分割にもとづくレートレス符号は誤り検出機構を有していないため、実際のシステムへ適用する場合には巡回冗長検査 (Cyclic Redundancy

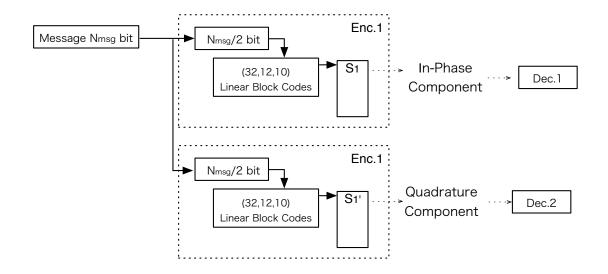


図 6.2: (32,12,10) ブロック符号を用いた構成

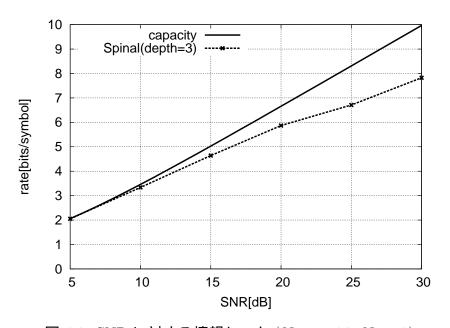


図 6.3: SNR に対する情報レート $(N_{msg}=24,\,N_k=3)$

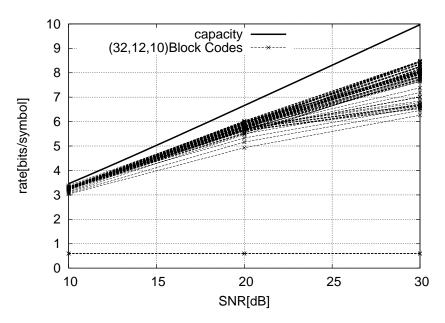


図 6.4: SNR に対する情報レート (ブロック符号, 符号語分割)

Check:CRC) 符号などの誤り検出機構と組み合わせる必要がある。本節では、外符号として CRC 符号を用いる場合を検討し、より長い情報ブロック長に対して適応可能な符号の構成法について検討する。

図 6.5 は外符号として 16 ビットの CRC (CCITT-16) を用いた連接符号のシステムモデルを表している。送信側では N-16 ビットのメッセージに対し 16 ビット CRC が付与され、事前符号化された N ビットメッセージを 12 ビットごとのサブメッセージに分割する。分割されたサブメッセージはそれぞれ (32,12,10) ブロック符号で符号化され、各符号機ごとに前節における送信シンボルの生成手順にしたがい 64ASK で変調されたシンボルを送信する。受信側では、受信シンボルにもとづいて各復号器で復号し、復号結果のサブメッセージをマージする。マージされた N ビット符号語は、CRC をチェックし、誤りが検出されなければ復号成功とし、誤りが検出された場合には復号誤りとし、各復号器は追加のシンボルを受信する。

図 6.3 に本節において提案した符号化方式のレート特性を示す. N=104,240,392,600 ビットの場合についての特性をシミュレーションにより導出した. 図中 LDPC envelop は 802.11n における符号長 648 ビットの LDPC 符号であり, SNR に応じてレート適応を用い

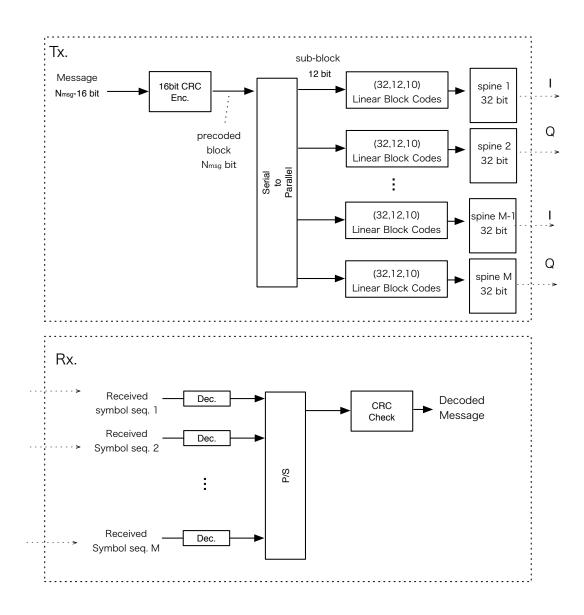


図 6.5: CRC を誤り検出に用いた連接符号の構成

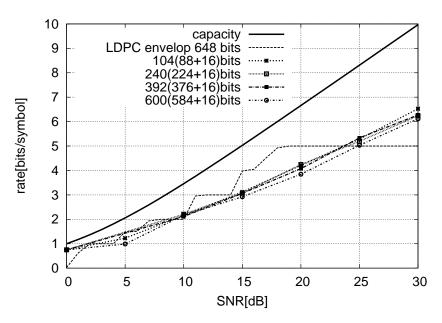


図 6.6: 情報レート (CRC による誤り検出)

た場合の最適なレートの包絡線を取ったものである。図より、SNR=15-25[dB] においては、LDPC の包絡線に対して提案方式は最大で 1.5(bits/symbol) 程度のレート差がみられるが、その他の SNR においては、提案手法が LDPC と同程度のレートを達成していることがわかる。これらの結果より、既存の LDPC の包絡線と比較して最大で 1.5(bits/symbol) 程度のレート低下が許容出来る場合には、既存のブロック符号と最尤復号のみで動作するシステムが構成でき、提案手法が複雑性低減の観点から有効な方式であると考えられる。

6.4 結言

本章では、Spinal 符号のハッシュ関数をブロック符号に置換し、符号語分割を適用することで、従来のブロック符号を用いたレートレス符号の構成法を示した。また、誤り検出機構として CRC を用いた場合における連接符号の構成法を検討しその特性を明らかにした。今後の課題として空間結合構造の導入によるレート特性の改善が挙げられる。

第7章 結論

本論文では、通信路符号化において応用上重要なクラスである木構造を有する誤り訂正符号として、畳込み符号、Spinal符号、符号語分割にもとづくレートレス符号について、その復号アルゴリズム、誤り特性とその評価法について検討し、以下のことを行った.

2章では、畳込み符号の誤り率厳密解析アルゴリズムについて、従来手法におけるパスメトリックの確率質量を考慮することで、トランケーション誤りが生じるようなパスメモリが有限長である場合へアルゴリズムを拡張した。また、アルゴリズムにおける更新式を修正することで、フェージング通信路における厳密な誤り率を導出可能であることを示した。パスメモリ長が有限である場合、通信路がフェージング通信路である場合に対し拡張可能であることを示した。

3章では、電波干渉対策として修正メトリックが用いられる場合における畳込み符号の 誤り率特性を解析的に評価する方法について検討し、判定変数のモーメントを解析的に導 出し、モーメント法を用いることで誤り率上界を導出可能であることを明らかにした。

4章では、Spinal 符号の復号アルゴリズムとして、パス収束に注目したスライディングブロック復号法の適応を検討し、パス収束特性の良好なブロックについてのみ判定を行うことで情報ビット長が短い場合に伝送効率を改善する復号法を提案した。

5章では、従来の復号アルゴリズムにおいて、複雑性増加の要因となるソート処理を、しきい値にもとづく木探索アルゴリズムに置き換えることで、復号における計算複雑性を低減可能であることを示した。また、Spinal 符号のレートレス符号としての特徴に着目し、受信シンボル数にもとづいてしきい値を決定することで、従来のしきい値アルゴリズムにおいて必要であった信号対雑音電力比の推定が不要となるしきい値復号法を提案し、通信路状態の推定が不要でかつ、複雑性を低減するしきい値復号法が構成可能であることを示した。

6章では、従来の線形ブロック符号に対して符号語分割を用いることで、高密度な信号 点配置で動作するレートレス符号の構成法を提案し、また、その連接符号の構成法とその 特性について明らかにした。

今後は、回路規模等の実システムにおける要素を考慮した Spinal 符号の複雑性評価、スループット評価などが必要であると考えられる。また、Spinal 符号、符号語分割にもとづくレートレス符号に関し、符号の設計法およびその性能評価、空間結合構造の導入による特性改善なども今後の課題として検討が必要である。

謝辞

本研究の全過程を通じて御鞭撻を賜り、御指導頂いた大阪市立大学大学院工学研究科、 教授 岡 育生 博士に深甚なる感謝の意を捧げます.

本研究において,数々の有益な御教示,御助言を頂戴いたしました大阪市立大学大学院工学研究科,教授 阿多 信吾 博士,教授 原 晋介 博士,准教授 杉山 久佳 博士,准教授 辻岡 哲夫 博士に深く感謝いたします.

また、日々の研究室において、多大な御協力と、御助言をいただきました情報通信領域の みなさまに心から御礼申しあげます.

最後に、本研究を遂行するにあたり励まし支えてくれた家族に感謝します.

参考文献

- [1] C. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 27, pp. 379–423,623–656, July,October 1948.
- [2] W. W. Peterson, Error-correcting codes. Cambridge, MA: MIT Press, 1961.
- [3] E. R. Berlekamp, Algebraic coding theory. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [4] F. MacWilliams and N. Sloane, *The theory of error-correcting codes*. New York: Elsevier, 1977.
- [5] R. W. Hamming, "Error detecting and error correcting codes," *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 29, pp. 147–160, April 1950.
- [6] M. Golay, "Notes on digital coding," in *Proc. IRE*, vol. 37, p. 657, June 1949.
- [7] R. Bose and D. Ray-Chaudhuri, "On a class of error-correcting binary group codes," *Inform. and Control*, vol. 3, pp. 68–79, January 1960.
- [8] I. Reed and G. Solomon, "Polynomial codes over certain finite fields," Journal of Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), vol. 8, pp. 300–304, February 1960.
- [9] D. Chase, "A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 18, pp. 170–182, January 1972.
- [10] E. R. Berlekamp, G. Seroussi, and P. Tong, "Hypersystolic reed-solomon decoder," in *Reed-Solomon Codes and Their Applications*, pp. 205–241, 1994.

- [11] P.Elias, "Coding for noisy channels," IRE Conv. Rec., vol. 3, pp. 37–46, March 1955.
- [12] G. D. Forney, "Convolutional codes i: algebraic structure," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 16, pp. 720–738, June 1970.
- [13] A. J. Viterbi, "Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 13, pp. 260–269, February 1967.
- [14] J. Heller and I. Jacobs, "Viterbi decoding for satellite and space communication," *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. 19, pp. 835–848, May 1971.
- [15] O. Collins and M. Hizlan, "Determinate-state convolutional codes," IEEE Trans. Commun., vol. 41, pp. 1785–1794, December 1993.
- [16] J. Forney, G.D., "The viterbi algorithm," Proc. of the IEEE, vol. 61, pp. 268–278, March 1973.
- [17] J. Hagenauer and P. Hoeher, "A viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications," in *Global Telecommunications Conference and Exhibition 'Communications Technology for the 1990s and Beyond' (GLOBECOM), 1989. IEEE*, pp. 1680–1686 vol.3, 1989.
- [18] R. Wood and D. Petersen, "Viterbi detection of class iv partial response on a magnetic recording channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 34, pp. 454–461, May 1986.
- [19] C. Berrou, P. Adde, E. Angui, and S. Faudeil, "A low complexity soft-output viterbidecoder architecture," in *Proc. IEEE International Conference on Commun. (ICC)*, vol. 2, pp. 737–740 vol.2, 1993.
- [20] R. M. Fano, "A heuristic discussion of probabilistic decoding," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 9, pp. 64–74, February 1963.

- [21] I. M. Jacobs and E. R. Berlekamp, "A lower bound to the distribution of computation for sequential decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 13, pp. 167–174, February 1967.
- [22] J. K. Wolf, "Efficient maximum-likelihood decoding of linear block codes using a trellis," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 24, p. 7680, January 1978.
- [23] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 20, pp. 284–287, February 1974.
- [24] G. Forney, "Burst-correcting codes for the classic bursty channel," *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. 19, pp. 772–781, May 1971.
- [25] J. Hagenauer, E. Offer, and L. Papke, "Matching viter decoders and reed-solomon decoders in concatenated systems," in *Reed-Solomon Codes and Their Applications*, pp. 242–271, 1994.
- [26] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, pp. 55–67, February 1982.
- [27] P. Robertson and T. Worz, "Coded modulation scheme employing turbo codes," *Electronics Letters*, vol. 31, pp. 1546–1547, August 1995.
- [28] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi, and F. Pollara, "Bandwidth efficient parallel concatenated coding schemes," *Electronics Letters*, vol. 31, pp. 2067–2069, November 1995.
- [29] IEEE Std. 802-11, "IEEE Standard for Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications," June 1997.
- [30] "3gpp ts 36.211 v8.2.0: Physical channels and modulation," 2008.

- [31] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H.-A. Loeliger, "Factor graphs and the sumproduct algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 498–519, February 2001.
- [32] T. Richardson and R. Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 599–618, February 2001.
- [33] J. Chen, A. Dholakia, E. Eleftheriou, M. Fossorier, and X.-Y. Hu, "Reduced-complexity decoding of ldpc codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, pp. 1288–1299, August 2005.
- [34] J. Chen and M. Fossorier, "Near optimum universal belief propagation based decoding of low-density parity check codes," *Communications, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 3, pp. 406–414, 2002.
- [35] C. Berrou, A. Glavieux, , and P. Thitimajshima, "Near shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes," in *Proc. IEEE International Conference on Commun. (ICC)*, pp. 1064–1070, 1993.
- [36] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes: some results on parallel concatenated coding schemes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pp. 409–428, February 1996.
- [37] P. Robertson, E. Villebrun, and P. Hoeher, "A comparison of optimal and suboptimal map decoding algorithms operating in the log domain," in *Proc. IEEE In*ternational Conference on Commun. (ICC), vol. 2, pp. 1009–1013 vol.2, 1995.
- [38] C. Berrou and A. Glavieux, "Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, pp. 1261–1271, October 1996.

- [39] R. M. Pyndiah, "Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, pp. 1003–1010, August 1998.
- [40] S. Le Goff, A. Glavieux, and C. Berrou, "Turbo-codes and high spectral efficiency modulation," in *Proc. IEEE International Conference on Commun. (ICC)*, pp. 645– 649, 1994.
- [41] R. Gallagher, "Low density parity check codes," Ph.D thesis, MIT,, 1962.
- [42] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Near shannon limit performance of low-density parity-check codes," *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 1645–1646, March 1996.
- [43] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Good codes on very sparse matrices," in *Proc. Cryptography Coding. 5th IMA Conference*, pp. 100–111, 1995.
- [44] M. Luby, M. Mitzenmacher, M. A. Shokrollahi, D. A. Spielman, and V. Stemann, "Practical loss-resilient codes," in *Proc. 29th Symp. Theory Computing*, pp. 150–159, 1997.
- [45] M. Luby, M. Mitzenmacher, M. A. Shokrollahi, and D. A. Spielman, "Improved low-density parity-check codes using irregular graphs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, pp. 585–598, February 2001.
- [46] A. Shokrollahi and R. Storn, "Design of efficient erasure codes with differential evolution," in *Proc. 2000 IEEE Int. Symp. Inform. Theory*, p. 5, 2000.
- [47] M. Sipser and D. A. Spielman, "Expander codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pp. 1710–1722, June 1996.
- [48] D. A. Spielman, "Linear-time encodable and decodable error-correcting codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, pp. 1723–1731, June 1996.

- [49] N. Wiberg, "Codes and decoding on general graphs," *Ph.D. dissertation, Linkoping Univ.*, 1996.
- [50] N. Wiberg, H.-A. Loeliger, and R. Kotter, "Codes and iterative decoding on general graphs," in *Proc. IEEE International Symp. Inform. Theory*, pp. 468–, 1995.
- [51] M. Sipser and D. A. Spielman, "Expander codes," in *Proc. 35th Symp. Found. Comp. Sci.*, pp. 566–576, 1994.
- [52] D. A. Spielman, "Linear-time encodable and decodable error-correcting codes," in *Proc. 27th ACM Symp. Theory Comp.*, pp. 388–387, 1995.
- [53] S. Kudekar, T. Richardson, and R. Urbanke, "Threshold saturation via spatial coupling: Why convolutional ldpc ensembles perform so well over the bec," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, pp. 803–834, February 2011.
- [54] S. Kudekar and K. Kasai, "Spatially coupled codes over the multiple access channel," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT)*, pp. 2817–2821, 2011.
- [55] S. Kudekar, C. Measson, T. Richardson, and R. Urbankez, "Threshold saturation on bms channels via spatial coupling," in *Proc. Int. Symp. Turbo Codes and Iterative Inform. Processing (ISTC)*, pp. 309–313, 2010.
- [56] V. Rathi, R. Urbanke, M. Andersson, and M. Skoglund, "Rate-equivocation optimal spatially coupled ldpc codes for the bec wiretap channel," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT)*, pp. 2393–2397, 2011.
- [57] M. Hagiwara, K. Kasai, H. Imai, and K. Sakaniwa, "Spatially coupled quasi-cyclic quantum ldpc codes," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT)*, pp. 638–642, 2011.

- [58] S. Kudekar, T. Richardson, and R. Urbanke, "Spatially coupled ensembles universally achieve capacity under belief propagation," in *Information Theory Proceedings* (ISIT), 2012 IEEE International Symposium on, pp. 453–457, 2012.
- [59] S. H. Y. Wong, H. Yang, S. Lu, and V. Bharghavan, "Robust rate adaptation for 802.11 wireless networks," in Proc. the 12th annual international conference on Mobile computing and networking, 2006.
- [60] M. Vutukuru, H. Balakrishnan, and K. Jamieson., "Cross-layer wireless bit rate adaptation," in *Proc. ACM SIGCOMM*, 2009.
- [61] J. Bicket, "Bit-rate selection in wireless networks," Master Thesis, MIT, 2005.
- [62] J. Camp and E. Knightly, "Modulation rate adaptation in urban and vehicular environments:cross-layer implementation and experimental evaluation," in *Proc.* ACM MOBICOM, 2008.
- [63] D. MacKay, "Fountain codes," Proc. IEE Commun., vol. 152, pp. 1062–1068, December 2005.
- [64] J. W. Byers, M. Luby, M. Mitzenmacher, and A. Rege, "A digital fountain approach to reliable distribution of bulk data," in *Proc. ACM SIGCOMM*, 1998.
- [65] M. Luby, "LT codes," in *Proc. The 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pp. 271–280, November 2002.
- [66] A. Shokrollahi, "Raptor codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 6, pp. 2551–2567, June 2006.
- [67] O. Etesami and A. Shokrollahi, "Raptor codes on binary memoryless symmetric channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 52, pp. 2033–2051, May 2006.

- [68] J. Perry, H. Balakrishnan, and D. Shah, "Rateless spinal codes," in *Proc. ACM Workshop on Hot Topics in Networks (HotNets-X)*, (Cambridge, MA), pp. 6:1–6:6, November 2011.
- [69] A. J. Viterbi, "Convolutional codes and their performance in communication systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 19, pp. 751–772, October 1971.
- [70] H. Yoshikawa, I. Oka, C. Fujiwara, and Y. Daido, "Exact analysis of bit error probability for 4-state soft decision Viterbi decoding," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E83-A, pp. 2263–2266, October 2002.
- [71] 吉川 英機, 岡 育生, 藤原 値賀人, "2 状態軟判定ビタビ復号における誤り状態確率の 厳密解析," 電子情報通信学会論文誌 A, vol. J83-A, pp. 439-443, April 2000.
- [72] I. Demirdogen, A. Birol, S. Aldrmaz, H. Arslan, and L. Durak, "Cognitive ofdma: Exploring a new fft based detection technique for opportunistic usage," in *Proc. IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS)*, pp. 344–347, 2010.
- [73] K. Tokumaru, M. Yokoyama, H. Uehara, and H. Ito, "Mmse interference canceller for ds-cdma system," *IEICE Technical Report*, vol. 99, pp. 109–114, October 1999.
- [74] X. Wang and H. V. Poor, "Iterative (turbo) soft interference cancellation and decoding for coded cdma," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 1046–1061, July 2002.
- [75] S. Ahmed and M. Faulkner, "An adaptive cancellation system for a co-located receiver and its dynamic range," in *Proc. IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS)*, pp. 1620–1700, 2011.
- [76] A. D. Spaulding and D. Middleton, "Optimum reception in an impulsive interference environment-part i: Coherent detection," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, pp. 910– 923, September 1977.

- [77] M. R. Souryal, E. G. Larsson, B. Peric, and B. Vojcic, "Soft-decision metrics for coded orthogonal signaling in symmetric-alpha-stable noise," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 56, pp. 266–273, January 2007.
- [78] D. Middleton, "Non-gaussian noise models in signal processing for telecommunications: New methods an results for class a and class b noise models," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1129–1149, April 1999.
- [79] D. Fertonani and G. Colavolpe, "A Robust Metric for Soft-Output Detection in the Presence of Class-A Noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, pp. 36–40, January 2009.
- [80] Y. Morishima, I. Oka, and S. Ata, "Pulse interference mitigation techniques for qpsk and qam using viterbi decoding," in *Proc. International Symposium on Information Theory and its Applications (ISITA)*, pp. 636–643, 2010.
- [81] E. Biglieri, D. Divsalar, P. J. McLane, and M. K. Simon, Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications. New York: Macmillian Publishing Company, 1991.
- [82] I. Oka, S. Kabasawa, N. Morinaga, and T. Namekawa, "Interference immunity effects in cpsk systems with hard-limiting transponders," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 17, pp. 93–100, January 1981.
- [83] J. I. Marcum, "A statistical theory of target detection by pulsed radar," *IRE Trans.* on *Inform. Theory*, vol. 6, pp. 59–267, February 1960.
- [84] C. H. Hsu and A. Anastasopoulos, "Capacity-achieving codes with bounded graphical complexity and maximum likelihood decoding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 56, pp. 992–1006, March 2010.

- [85] K. Kasai and K. Sakaniwa, "Spatially-coupled mackay-neal codes and hsuanastasopoulos codes," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E94-A, pp. 2161–2168, November 2011.
- [86] J. Perry, P. Iannucci, K. E. Fleming, H. Balakrishnan, and D. Shah, "Spinal codes," in Proc. ACM the Annucal Conference on Special Interest Group on Data Communication (SIGCOMM), (Helsinki, Finland), pp. 49–60, August 2012.
- [87] P. Iannucci, K. E. Fleming, J. Perry, H. Balakrishnan, and D. Shah, "A hardware spinal decoder," in *Proc. ACM/IEEE Symposium on Architectures for Networking and Communications Systems (ANCS)*, (Austin, TX), pp. 151–162, October 2012.
- [88] H. Balakrishnan, P. Iannucci, J. Perry, and D. Shah, "De-randomizing shannon: The design and analysis of a capacity-achieving rateless code," arXiv, vol. abs/1206.0418, 2012.
- [89] J. Wozencraft and B. Reiffen, Sequential decoding. Cambridge, MA, USA: The MIT Press, March 1961.
- [90] M. Mitzenmacher and E. Upfal, *Probability and computing: Randomized algorithms and probabilistic analysis*. Cambridge University Press, January 2005.
- [91] B. Jenkins, "Jenkins one-at-a-time hash," Dr. Dobb's Journal, September 1997.
- [92] J. Anderson and S. Mohan, "Sequential coding algorithms: a survey and cost analysis," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 32, no. 2, pp. 169–176, February 1984.
- [93] 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "しきい値復号法による Spinal 符号," 電子情報通信学会技術研究報告 (IT2012-109), vol. 112, no. 460, pp. 297-302, March 2013.
- [94] S. Simmons, "Breadth-first trellis decoding with adaptive effort," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, pp. 3–12, January 1990.

- [95] R. Dick, T. Berger, and F. Jelinek, "Tree encoding of gaussian sources," *IEEE Trans.* Inf. Theory, vol. 20, pp. 332 336, May 1974.
- [96] S. Simmons, "A nonsorting VLSI structure for implementing the (M, L) algorithm," Selected Areas in IEEE J. Commun., vol. 6, pp. 538 –546, April 1988.
- [97] M. Stoll. http://www.mathe2.uni-bayreuth.de/.

発表文献

論文誌

- 1. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "2 状態軟判定ビタビ復号におけるトランケーションの誤り率への影響の厳密解析,"電子情報通信学会和文論文誌(公表予定)
- 2. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "干渉に対する修正ビタビ復号の誤り率特性解析,"映像情報メディア学会誌, vol. 67, pp. J270-J277, July 2013.

国際会議

- 3. Y. Morishima, I. Oka, and S. Ata, "Exact bit error analysis of soft decision viterbidecoding for truncated path history and an application to interference channels," in Proc. of the IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS), pp. 691-694, November 2013.
- 4. Y. Morishima, I. Oka, and S. Ata, "Pulse interference mitigation techniques for qpsk and qam using viterbi decoding," in Proc. of the 2010 International Symposium on Information Theory and its Applications (ISITA 2010), pp. 636-643, October 2010.

研究会等

5. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "符号語分割にもとづくレートレス符号の構成法,"電子情報通信学会技術研究報告 March 2014. (公表予定)

- 6. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, " スライディングブロック復号法による spinal 符号, " 電子情報通信学会技術研究報告 (IT2013-109), vol. 113, pp. 59-63, July 2013.
- 7. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "トランケーションを考慮した 2 状態軟判定ビタビ復号 におけるビット誤り率の厳密解析,"電子情報通信学会 2012 年ソサイエティ大会講 演論文集, pp. A-6-6, September 2012.
- 8. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "しきい値復号法による spinal 符号,"電子情報通信学 会技術研究報告 (IT2012-109), vol. 112, pp. 297-302, March 2013.
- 9. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "干渉に対する修正ビタビ復号における誤り率の厳密 解析,"第 34 回情報理論とその応用シンポジウム予稿集 (SITA2011), pp. 210-215, November 2011.
- 10. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "移動物体の送信情報と位置の最尤推定法,"電子情報 信学会 2010 年ソサイエティ大会講演論文集, pp. A-6-2, September 2012.
- 11. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "パルス状干渉波に対する修正ビタビ復号の効果,"映像情報メディア学会年次大会 2010, pp. 9-6, August 2010.
- 12. Y. Morishima, I. Oka, and S. Ata, " Effects of pulse interference on modified viterbidecoding," Technical Report of IEICE (IT2009-63), vol. 109, pp. 65-70, January 2010.
- 13. 森島 佑, 岡 育生, 阿多 信吾, "パルス状干渉波に整合するビタビ復号,"電子情報 通信学会技術研究報告 (IT2009-4), vol. 109, pp. 19-23, May 2009.
- 14. 森島 佑, "Spinal 符号とその復号法,"誤り訂正符号のワークショップ, September 2013.

付録 A. メトリックリミッタの積分領域

干渉が加えられる時刻 $t=1,\ N+1,\ \cdots$ における q,g は、

$$R_c^+(\theta_t) = \sqrt{\eta_M^2 - s^2 \sin^2 \theta_t} + s \cos \theta_t \tag{7.1}$$

$$R_c^-(\theta_t) = -\sqrt{\eta_M^2 - s^2 \sin^2 \theta_t} + s \cos \theta_t \tag{7.2}$$

$$R_e^+(\theta_t) = \sqrt{\eta_M^2 - s^2 \sin^2 \theta_t} - s \cos \theta_t \tag{7.3}$$

$$R_e^-(\theta_t) = -\sqrt{\eta_M^2 - s^2 \sin^2 \theta_t} - s \cos \theta_t \tag{7.4}$$

および信号振幅 s を用いて、それぞれ以下で与えられる.

$$(\mathrm{i})\eta_M \leq s$$
 かつ $0 \leq heta_t < rac{\pi}{2}, rac{3\pi}{2} \leq heta_t < 2\pi$ のとき

$$q_a(\theta_t) = q_b(\theta_t) = g_a(\theta_t) = g_b(\theta_t) = 0 \tag{7.5}$$

$$q_c(\theta_t) = R_c^-(\theta_t), \ g_c(\theta_t) = R_c^+(\theta_t) \tag{7.6}$$

 z_d の領域はさらに以下の2つの領域に分割される.

$$q_d(\theta_t) = 0, \ g_d(\theta_t) = R_c^-(\theta_t) \tag{7.7}$$

および、

$$q_d(\theta_t) = R_c^-(\theta_t), \ g_d(\theta_t) = \infty$$
 (7.8)

 $(\mathrm{ii})\eta_M \leq s$ かつ $rac{\pi}{2} \leq heta_t < rac{3\pi}{2}$ のとき

$$q_a(\theta_t) = q_c(\theta_t) = g_a(\theta_t) = g_c(\theta_t) = 0$$
(7.9)

$$q_b(\theta_t) = R_e^-(\theta_t), \ g_b(\theta_t) = R_e^+(\theta_t)$$
 (7.10)

同様に z_d の領域は以下の2つの領域に分割される.

$$q_d(\theta_t) = 0, \ g_d(\theta_t) = R_e^-(\theta_t)$$
 (7.11)

および

$$q_d(\theta_t) = R_e^-(\theta_t), \ g_d(\theta_t) = \infty$$
 (7.12)

ただし, (i), (ii) において, $\eta_M^2 \leq s^2 \sin^2 \theta_t$ ならば

$$q_b(\theta_t) = q_c(\theta_t) = q_d(\theta_t) = 0 \tag{7.13}$$

$$g_b(\theta_t) = g_c(\theta_t) = 0, \ g_d(\theta_t) = \infty$$
 (7.14)

となる.

 $(\mathrm{iii})s < \eta_M$ かつ $0 \leq heta_t < rac{\pi}{2}, rac{3\pi}{2} \leq heta_t < 2\pi$ のとき

$$q_a(\theta_t) = q_b(\theta_t) = g_b(\theta_t) = 0, \ g_d(\theta_t) = \infty$$

$$(7.15)$$

$$q_c(\theta_t) = R_e^+(\theta_t), \ q_d(\theta_t) = R_c^+(\theta_t)$$
 (7.16)

$$g_a(\theta_t) = R_e^+(\theta_t), \ g_c(\theta_t) = R_c^+(\theta_t)$$
 (7.17)

 $(\mathrm{iv})s < \eta_M$ かつ $rac{\pi}{2} \leq heta_t < rac{3\pi}{2}$ のとき

$$q_a(\theta_t) = q_c(\theta_t) = g_c(\theta_t) = 0, \ g_d(\theta_t) = \infty$$
 (7.18)

$$q_b(\theta_t) = R_c^+(\theta_t), \ q_d(\theta_t) = R_e^+(\theta_t)$$
 (7.19)

$$g_a(\theta_t) = R_c^+(\theta_t), \ g_b(\theta_t) = R_e^+(\theta_t)$$
 (7.20)