

| | |
|--------------------|-----------------------------|
| Title | 資本使用の拡張と経済成長 |
| Author | 中村 英樹 |
| Citation | 経済学雑誌, 107 卷 2 号, p.1-18. |
| Issue Date | 2006-09 |
| ISSN | 0451-6281 |
| Type | Departmental Bulletin Paper |
| Textversion | Publisher |
| Publisher | 大阪市立大学経済学会 |
| Description | |
| DOI | |

Placed on: Osaka City University

資本使用の拡張と経済成長

中 村 英 樹[†]

概 要

この論文では、いくつかのオペレーションからなる生産工程において、各オペレーションでは物的資本もしくは労働が投入される場合を考慮する。資本と労働の生産要素に関して、企業はそれらの投入量のみならず使用範囲を決定する。あるオペレーションにおいて、投入が労働から資本へ置き換えられるとき、機械化の調整のために資本使用の効率性は落ちるとする。この効率性の低下が学習効果とそのスピルオーバーによって一時的なものであれば、成長の二極化が起こり得る。初期資本が低ければ成長の罫に陥ってしまい、閾値よりも高ければ長期成長が達成できる。また、資本の使用範囲の拡張、つまり、オペレーションの機械化が比較的容易であれば、たとえ初期資本が低くても、長期成長が可能であることを示す。

1. はじめに

Quah (1996) らは、第二次世界大戦後、世界の所得分布は二極化してきていると実証によって指摘している。つまり、世界の所得分布は二つの山を持ち、その差はだんだん開いてきている。裕福な国はますます裕福になり、貧しい国は貧しいままで、中間的な国は裕福になるか貧しくなってしまうか分かれてきている。

Summers and Heston (1991) による Penn World Table (Mark 5.6a) を用いて、利用可能な57カ国の労働一人当たりの物的資本と GDP により三次元のヒストグラムを1965年と1990年において図1に描く。労働一人当たりで測った資本と GDP は各々、 k と y で表す¹⁾。いずれの年においても資本と GDP の間にはかなり高い正の相関関係が存在し、さらに、二時点間を比較すると、GDP だけではなく資本においても成長の二極化が見てとれる。つまり、先進国では順調に資本蓄積がなされ、先進国に追いついてきている日本やアジア新興工業国（以下、NIEs と略す）では高い資本蓄積が行われている。しかしながら、南米やアフリカ諸国における資本蓄

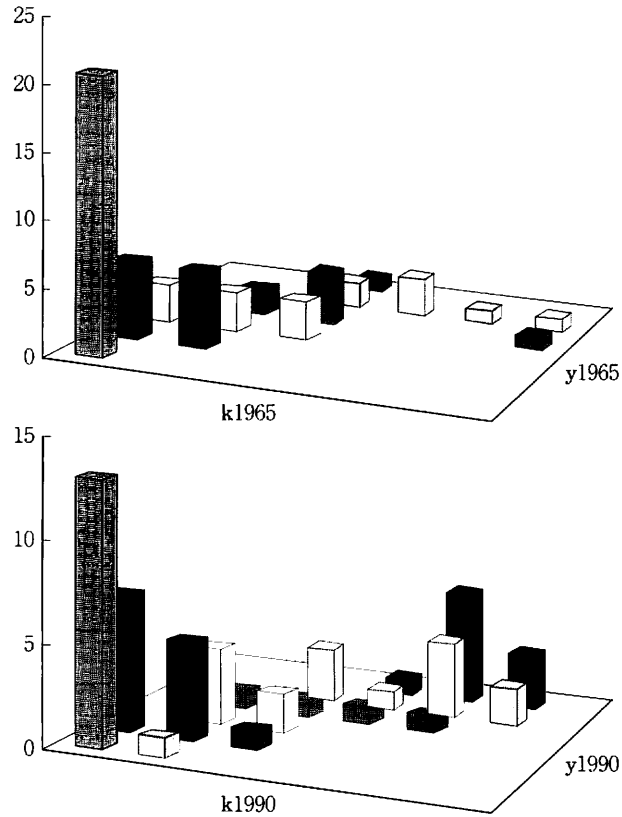
[キーワード]

資本使用の拡張、成長の二極化

[†] この論文は、中村勝克氏との議論に負うところが大きい。ここに感謝したい。

1) このサンプルは Kumar and Russell (2002) と同じである。彼らは、物的資本と労働に関して一次同次性のみを課した生産関数をノンパラメトリック推定し、成長の二極化は労働一人当たり資本の蓄積のみによって説明可能であることを示した。

図1. 労働一人当たり資本と GDP に関するヒストグラムの時間的变化



積は少ない。

多くの成長回帰分析は、クロスカントリーやパネルデータを用いて、一人当たり GDP の成長を説明するにあたって、GDP に占める投資率が有意にプラスに効くことを報告している。特に、Levine and Renelt (1992) は、成長回帰分析によって得られた結論が、説明変数の集合の変化に対してロバストであるかどうかを調べたが、物的資本の投資率が成長を有意に説明することはロバストであったが、その他殆どの変数が脆弱であった。

経済成長に関する理論そして実証のいずれにおいても、生産要素である物的資本と労働の投入量は通常考慮される。しかしながら、その生産のための生産工程において、工程を構成するオペレーションを細分化し、各オペレーションで資本もしくは労働のいずれかが投入される状態を考えると、資本と労働の使用範囲を見ることができるであろう。例えば、服の生産におけるオペレーションを粗く考えたとしても、裁断、裁縫（布を動かすことや針を上下すること）、刺繍やボタン付けなどから構成されているであろう。よって、生産工程においてどれだけのオペレーションが機械やコンピュータによって担当されているかを調べられる。

では、生産工程における資本と労働の使用範囲に関して、先進国と途上国を比較してみると、

多くの財生産において、先進国では資本、そして、途上国では労働が幅広く使われているであろう。また、先進国においては資本の使用範囲は、時系列的にどんどん広がってきている、つまり、機械化が進んでいるが、途上国ではなかなか進まないようである²⁾。

Galor (1996) による成長の二極化に関する理論のサーベイにあるように、資本市場の不完全性、外部性、非凸性や不完全な競争市場の仮定とともに、例えば、Azariadis and Drazen (1990) や Galor and Zeira (1993) のように、初期時点における人的資本ストックや資産分布が成長の二極化に決定的であると説明されてきた。この論文では、物的資本と労働の投入だけではなく、生産工程におけるそれら投入の範囲の変化を考慮することによって、経済成長の二極化が説明可能であることを理論的に示す。そのことによって、本論文では以下に述べるように、物的資本と労働のみの生産要素の考慮によっても成長の二極化が説明可能になる。

生産工程における資本の使用範囲の決定は賃金利子比率に依存するため、市場均衡をとおして、経済の資本労働比率によって表される³⁾。そして、資本の使用範囲が広がる時、つまり、あるオペレーションが機械化される時には、そのオペレーションにおいて資本使用の効率性は落ちるが、学習効果とスピルオーバーによって効率性の低下は一時的であると仮定する⁴⁾。ただし、Arrow (1962) における資本蓄積に伴う学習効果とスピルオーバーと違い、企業は学習効果を得るために追加的な資本を使用しなければならないと考える。これらの仮定によって、今期の生産において、一期前に資本が使用されたオペレーションの割合、つまり、一期前の資本労働比率が外部経済効果を持つようになる。各期においては、企業のみならず経済全体においても資本の収穫逡減性があるが、この外部経済効果によって資本の限界生産性は収穫逡減性を保ったまま上昇していく。そして、均衡成長経路において、資本労働比率が十分大きくなってくと資本に関して収穫逡増性の局面が現れる可能性がある。

上記の性質によって、初期の資本労働比率が低ければ、外部経済効果の仮定のもとでも成長の罫に陥るが、閾値よりも高ければ長期成長が達成される。また、オペレーションの機械化において資本使用の効率性が急激に低下しなければ、成長の閾値は存在せず、たとえ初期の資本労働比率が低くても長期成長が可能となる。したがって、初期の資本労働比率と資本使用の拡張の難しさが長期成長の達成に決定的に効いてくる。4節で説明するように、長期成長の達成

2) Nakamura and Nakamura (2005) において、生産工程とその機械化を考慮することによって、技術進歩がないもとでも、資本の収穫逡減性を保ちながら長期成長は可能であることを示したが、成長の二極化までは言及できなかった。本モデルにおいて、資本使用の効率性に時間的な変化がなければ、彼らと同じ結論となる。

3) Robinson (1953-1954) は機械化という概念を考え、資本労働比率、要素価格と機械化の度合いの均衡における関係を説明することを試みた。

4) 資本の使用範囲の拡大を 'capital widening' と呼ぶ。Burmeister and Dobell (1970) では、ある資本労働比率を維持するための投資としてそれは定義されているが、この論文においては彼らと異なる意味で使う。

には、外部経済効果の大きさよりも資本の使用範囲の拡張が重要である。

モデルのアウトラインは以下のとおりである。閉鎖経済において、競争的に生きる家計と企業を考える。財生産のために、いくつかのオペレーションからなる生産工程が存在する。所与の要素価格のもと、企業は費用を最小化するため、各オペレーションにおいて、資本と労働のどちらを投入するかということとそれら投入量を決定する。あるオペレーションで初めて資本を用いるとき、つまり、労働から資本へ投入を変更するときには、そのオペレーションでは投入された資本を全て生産のために用いることはできず、一部を調整のために使わなければならない。資本が用いられるオペレーションが増えるほど、機械化のとき調整のための資本量は増加していく、つまり、資本使用の効率性は落ちていくと想定するのが自然であろう。資本使用の効率性が急激に落ちることは、資本の使用範囲の拡張は難しくなることを意味する。なお、機械化されたオペレーションにおいて資本使用の効率性は落ちないが、資本コストとして余分な調整費用がかかると仮定しても、成長の二極化の結論は変わらない。本論文では分析の単純化から、機械化のときには直接的な調整費用ではなく、資本使用の効率性が落ちると仮定する。

各企業は、機械化されたオペレーションにおける資本の使い方を学習しそのスピルオーバーによって、次期からはそのオペレーションにおいても資本は効率的に使われる、つまり、平均費用は既に資本が使用されているオペレーションと同じになると仮定する。生産工程において資本が使用されているオペレーション数の全体に対する割合は、貸金利率に依存する。資本が用いられるオペレーションを資本型オペレーション、そして、労働が用いられるオペレーションを労働型オペレーションと呼ぶ。市場均衡において、資本型オペレーションの割合は、経済における資本労働比率の増加関数として表される⁵⁾。つまり、利率が貸金率に対して相対的に低くなると、資本深化だけでなく、資本使用の幅が広がることを促す。Smith (1789) は、生産における分業は機械の使用を促進し、さらに、労働への依存を下げて労働生産性を上昇させると説明した。本論文における資本の使用範囲の拡大は、Smith (1789) と同様にプロセスイノベーションの特徴を持つ。

各期においては、企業のみならず経済全体で見ても、資本は常に収穫逓減の性質を持つが、資本の使用範囲が広がることは資本の収穫逓減性を弱める。さらに、一度資本を使ったオペレーションに関しては、学習効果とそのスピルオーバーによって次期からは資本使用の効率性が既存の資本型オペレーションと同一になることから、一期前における資本型オペレーションの割合、つまり、一期前の資本労働比率が外部性として生産関数に入ってくる。その結果、資

5) Nakamura and Nakamura (2003) では、生産工程の考え方を導入し、オペレーションの機械化によって経済成長の二極化を説明しようと試みた。資本蓄積の外部経済性によって、資本型オペレーションの割合は資本労働比率の増加関数として仮定され、外部性の大きさが長期成長の達成に決定的であった。本論文では、企業が資本型オペレーションの割合を決定し、機械化されるオペレーションでは調整が次期から必要なくなるという点で外部性が仮定される。

本労働比率が上昇する過程において、企業にとっての資本の限界生産性は収穫逓減性を保ったまま、一期ラグを伴って意図せざる形で上昇していく。資本蓄積が資本使用の拡張を促し、資本使用の拡張とそのとき資本の効率性の下落が一時的であることが、さらなる資本蓄積を促すという補完関係が内生的に発生する。そして、均衡成長経路において資本の収穫逓増性の局面が現れる可能性が出てくる。このことは、経済が複数定常状態を持つ可能性を意味する。

初期資本が少ない経済では、資本型オペレーションは少なく労働型オペレーションが多いと予想される。さらに、資本の使用範囲の拡張が難しい場合においては、資本蓄積とともに資本使用の範囲が拡張しても、資本の収穫逓減性をさほど抑えることができない。よって、そのような経済では、資本蓄積そして成長はいずれ止み定常状態に収束する。しかしながら、たとえ資本使用の拡張が難しくても、初期資本が成長の閾値以上に十分に存在すれば、資本蓄積と資本使用の拡張に関する補完関係が強く、経済は資本の収穫逓増性の局面を迎えながら長期成長を達成することができる。

一方、資本の使用範囲の拡張が容易であれば、資本の収穫逓減性をかなり抑えることができ、たとえ初期資本が低くても定常状態を迎えずに長期成長が可能になってくる。工業財は資本の使用範囲の拡張が容易であろうから、初期の資本労働比率に関らず長期成長が可能になってくる。よって、日本やアジア NIEs のように、先進国に追いついていった国の成長パターンも説明可能になる。しかしながら、農業財においては資本の使用範囲の拡張は難しいであろうから、途上国のように先進国よりも比較的農業財へ特化していれば、成長の罫に陥りやすいかもしれない。ただし、そのような経済でも、初期資本ストックが十分大きければ長期成長が可能となるであろう。

論文の構成は次のとおりである。2節でモデルを述べ、経済の動学システムを導く。3節において、複数定常均衡の可能性を示す。均衡成長経路の動学は4節で説明する。5節において、論文を締めくくる。

2. モデル

2.1 企業

生産工程は、 $[0, 1]$ までの連続的なオペレーションからなるとする。代表的企業の生産関数は、連続型コブ・ダグラスであると仮定する：

$$\ln Y_t = \int_0^1 \ln z_t(i) di. \quad (1)$$

ただし、 Y_t : t 期の財生産量、 $z_t(i)$: t 期の第 i オペレーションにおける効率単位で測った要素投入量である。

各オペレーションにおいては、資本と労働のいずれかのみ投入される。どのオペレーションにおいても、労働の効率性に違いはない。資本が初めて投入されるときには、調整のために資本投入が必要となる、つまり、資本使用の効率性は落ちると仮定する。そのとき、効率性が全

く落ちないオペレーションからゼロになってしまうオペレーションまで連続的に存在すると仮定し、オペレーションをそのように並べる：

$$(1-i)^{\gamma}, \quad \gamma > 0, \quad i \in [0, 1]. \quad (2)$$

第 i オペレーションにおいて初めて資本が用いられたとき、資本一単位のうち生産に使えるのは $(1-i)^{\gamma}$ のみであり、残りは調整のために使われる。

企業は、当該オペレーションにおいて資本を一度使うとその使い方を学習する。Arrow (1962) にならって企業間で互いにその学習がスピルオーバーすると考える。よって、次期からは調整のための資本は必要なく、資本使用の効率性は落ちないとする。 $t-1$ 期において、資本型オペレーションの割合は a_{t-1} であり、残りの $(1-a_{t-1})$ のオペレーションにおいて労働が用いられていたとすると、効率単位で見た今期の投入は次のように表せる：

$$\begin{aligned} Bx_t(i), & \quad i \in [0, a_{t-1}], \\ (1-i)^{\gamma} Bx_t(i), & \quad i \in [a_{t-1}, a_t], \\ Bl_t(i), & \quad i \in [a_t, 1], \end{aligned}$$

ただし、 B はシフトパラメータ、 $x_t(i)$ と $l_t(i)$ は各々、第 i オペレーションにおける t 期の資本と労働の投入量である。

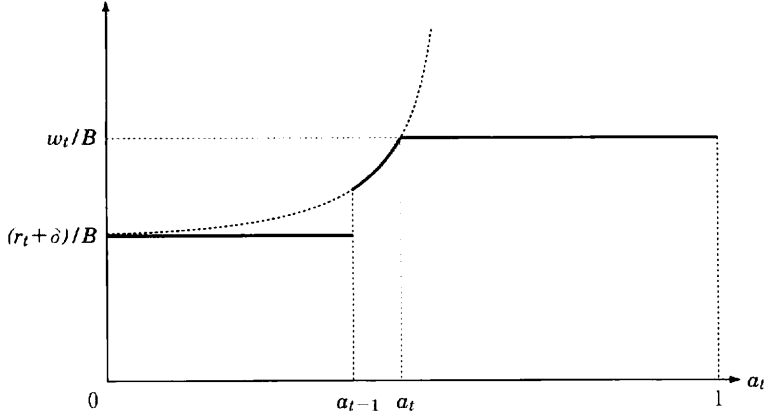
あるオペレーションにおいて一度機械化がなされると、労働への再変換はできないと仮定する。これは、工程の機械化の非可逆性を意味し、 $a_{t-1} \leq a_t$ と表される。4節で説明するように、本モデルの分析においてこの仮定が意味を持つてくるのは、資本ストックが減少しながら低位定常状態に収束する場合のみである。

企業は費用を最小化するため、各オペレーションにおいて、資本と労働のいずれを投入するかということとその投入量を決定する。つまり、資本型オペレーションの割合 a_t と各オペレーションにおける要素投入量を決定する。これらは同時決定であるが、説明の簡単化のため、まず、資本型オペレーションの割合の決定を見る。

図2は、各オペレーションにおける平均費用を表す。初期時点において、要素価格は資本よりも労働の方が高いと仮定する⁶⁾。横軸は、オペレーションのインデックスを表す。 $[0, a_{t-1}]$ のオペレーションにおいては、前期までにおいて既に資本が投入されているため、平均費用は $B^{-1}(r_t + \delta)$ である。なお、 r_t は利子率、 δ は資本の減価償却率である。オペレーション $[a_{t-1}, a_t]$ の平均費用は、 $B^{-1}(1-i)^{-\gamma}(r_t + \delta)$ である。これらのオペレーションは今期初めて機械化されるので、その調整のために既存の資本型オペレーションよりも資本の効率性が落ちることから、平均費用は高くなる。(2)式の仮定によって平均費用はオペレーションに関して逓増的になり、オペレーション a_t において、資本と労働のいずれを採用しても平均費用は同じになる：

6) もし、賃金よりも資本のレンタルコストの方が高ければ、全てのオペレーションにおいて労働が採用され、機械化は永久に起こらない。このケースは、非現実的なので考慮しない。

図2. 資本型オペレーションの割合の決定



$$(1-a_t)^{-r}(r_t+\delta)=w_t, \tag{3}$$

ただし、 w_t は賃金率である。残りのオペレーション $[a_t, 1]$ では労働が投入され、その平均費用は $B^{-1}w_t$ である。

賃金率が利子率と比べて高いほど、そして、機械化において資本使用の効率性にオペレーション間で差がないほど、資本の使用範囲は増えていきやすいことが分かる。

以上により、資本型オペレーションの最適な割合 a_t のもと、生産関数は次のように書き直される：

$$\ln Y_t = \int_0^{a_{t-1}} \ln Bx_t(i) di + \int_{a_{t-1}}^{a_t} \ln(1-i)^r Bx_t(i) di + \int_{a_{t-1}}^1 \ln Bl_t(i) di.$$

この生産関数のもと、費用

$$\int_0^{a_t} (r_t+\delta)x_t(i) di + \int_{a_t}^1 w_t l_t(i) di$$

を最小にするように、各オペレーションにおける資本と労働の投入量を決定する。それらの一階条件は以下のとおりである。なお、 μ_t はラグランジュ乗数である：

$$x_t(i) = x_t \equiv \frac{\mu_t}{r_t+\delta}, \quad i \in [0, a_t],$$

$$l_t(i) = l_t \equiv \frac{\mu_t}{w_t}, \quad i \in [a_t, 1].$$

生産関数において各オペレーションの弾力性は同じであると仮定したので、各資本型オペレーションにおいて、資本投入量は同じである。同様に、各労働型オペレーションにおいても、同量の労働が投入される。

上記の一階条件と(3)式により、利子賃金比率と資本型オペレーションの割合、そして、各オペレーションにおける資本と労働の投入比率は次のようになる：

$$(1-a_t)^r = \frac{l_t}{x_t} = \frac{r_t+\delta}{w_t}. \tag{4}$$

資本のレンタルコストが賃金率と比べて低いほど、労働に対してより多くの資本が投入されるだけでなく、資本型オペレーションの増加が促されることが分かる。

2.2 家計

経済には、多数の均一な家計が存在する。各期において、家計は非弾力的に供給する労働から賃金、そして、資産から利子収入を受け取る。これらの所得は消費に使われ、残りは資産蓄積に回る。 t 期における労働者数を L_t 、その増加率を n とすると、家計の予算制約式は次のように書ける：

$$(1+n)s_{t+1} = (1+r_t)s_t + w_t - c_t, \quad (5)$$

ただし、 s_t と c_t は各々、一人当りの資産額と消費である。

分析の簡単化のため、効用関数は対数型で仮定する：

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln c_t, \quad 0 < \beta < 1, \quad (6)$$

ただし、 $\beta^{-1} - 1$ は時間選好率である⁷⁾。

各期において家計は、予算制約(5)式と初期資産 s_0 のもと、効用関数(6)式を最大化するように消費を決定する。この最大化問題の一階条件によって、消費の動学式を得る：

$$\frac{c_t + 1}{c_t} = \beta \frac{(1+r_{t+1})}{1+n}. \quad (7)$$

唯一の均衡成長経路を得るため、横断性条件を課しておく：⁸⁾

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \frac{s_t}{c_t} = 0.$$

2.3 市場均衡

この節では、経済における動学システムを導出する。まず、要素市場の需給均衡条件を見る。労働市場の需給均衡条件は次のように表せる：

$$\int_1^{a_t} l_t(i) di = L_t.$$

企業の一階条件によって各オペレーションの労働需要は等しいので、一オペレーション当りの投入は、総労働量を労働型オペレーションの数 $(1-a_t)$ で割ったものとなる：

$$l_t = \frac{L_t}{1-a_t}, \quad i \in [a_t, 1]. \quad (8)$$

資本市場の需給均衡条件は、次のとおりである。なお、 K_t は経済における総資本量を表す：

$$\int_0^{a_t} x_t(i) di = K_t.$$

労働市場と同様に、総資本量を資本型オペレーションの数 a_t で割ったものが、各オペレー

7) 異時点間の代替の弾力性が一定の効用関数と一般化しても、主要な結果に影響はない。

8) さらに、負債の爆発の可能性を排除するため、non-Ponzi-game condition を仮定する。

ションに投入される：

$$x_i = \frac{K_i}{a_i}, \quad i \in [0, a_i]. \quad (9)$$

企業の一階条件と上記の要素市場の需給均衡条件によって、経済の資本労働比率と資本型オペレーションの割合との関係が導かれる：

$$k_i = \frac{a_i}{(1-a_i)^{1+\gamma}},$$

ただし、 $k_i \equiv K_i/L_i$.

逆関数の定理によって、資本型オペレーションの割合は資本労働比率の凹関数として表すことができる：

$$a_i = a(k_i), \quad a'(k_i) > 0, \quad a''(k_i) < 0, \quad a(0) = 0, \quad \lim_{k_i \rightarrow \infty} a(k_i) = 1. \quad (10)$$

資本が十分蓄積されている、そして、 γ の値が小さくオペレーションの機械化のときに資本の効率性があまり落ちない経済では、資本型オペレーションの割合は高く、つまり、生産において資本が幅広く使われている。そして、資本蓄積が進むほど資本使用の幅が広がっていき、生産工程における資本型オペレーションの割合は漸近的に1に近づいていく。ただし、(10)式は凹関数なので、資本蓄積とともに資本使用の幅の伸びはだんだん少なくなってくる。一方、資本が十分蓄積されていない、また、 γ の値が大きくオペレーションの機械化のときに資本の効率性が大きく落ちる経済においては、資本型オペレーションの割合は低く、つまり、生産において労働が幅広く使われている。

さて、企業の一階条件を用いて、費用関数を表す：

$$C_i = \frac{(r_i + \delta)^{a_i} w_i^{1-a_i}}{B\Theta(a_{i-1}, a_i)},$$

ただし、 $\ln \Theta(a_{i-1}, a_i) \equiv \int_{a_{i-1}}^{a_i} \ln(1-i)^\gamma di$.

財価格を1と基準化すると、生産物市場のゼロ利潤条件によって、要素価格と資本型オペレーションの割合の関係は次のようになる：

$$\frac{(r_i + \delta)^{a_i} w_i^{1-a_i}}{B\Theta(a_{i-1}, a_i)} = 1.$$

さらに、企業の一階条件と(10)式を用いて、利率と一期前そして今期の資本労働比率の関係が求められる：

$$r_i + \delta = (1 - a(k_i))^{\gamma(1-a(k_i))} B\Theta(a(k_{i-1}), a(k_i)). \quad (11)$$

今期の利率は、今期の資本労働比率と負の関係がある。つまり、資本は収穫逨減性を保っていることが分かる。しかしながら、一期前の資本労働比率に対して利率は正の関係を持つ⁹⁾。したがって、一期前の資本労働比率の上昇は、今期の資本の限界生産性を押し上げる効果がある。これは、資本使用の学習効果とそのスピルオーバーによって、資本使用の効率性が一定で

9) 各期だけを見れば資源配分は効率的であるが、異時点間をとおしてそうではなくなる。

ある資本型オペレーションが増加するからである。

市場均衡をとおして生産関数を見ると次のように表される：

$$Y_t = B\Theta(a(k_{t-1}), a(k_t)) \frac{1}{a(k_t)^{a(k_t)}(1-a(k_t))^{1-a(k_t)}} K_t^{a(k_t)} L_t^{1-a(k_t)}. \quad (12)$$

今期の生産は、資本と労働の今期の投入だけではなく、一期前と今期の資本型オペレーションの割合に依存している。(10)式で見たように、資本型オペレーションの割合は資本労働比率の関数となるので、一期前と今期の資本労働比率が、今期の生産に影響を与える。 $k_{t-1} < k_t$ のもと、 $\Theta(a(k_{t-1}), a(k_t))$ の部分を見てみる：

$$\Theta(a(k_{t-1}), a(k_t)) \equiv \left\{ \frac{(1-a(k_{t-1}))^{(1-a(k_{t-1}))} \exp(a(k_{t-1}))}{(1-a(k_t))^{(1-a(k_t))} \exp(a(k_t))} \right\}^r < 1. \quad (13)$$

この関数が1よりも小さい値をとることは、 t 期においてオペレーション (a_{t-1} , a_t) が機械化され、調整が必要なことによる生産の低下を表す。

さらに詳しく調べるため、(13)式の積分される前の形をもう一度見てみる：

$$\ln \Theta(a_{t-1}, a_t) \equiv \int_0^{a_t} \ln(1-i)^r di - \int_0^{a_{t-1}} \ln(1-i)^r di.$$

上記の右辺第一項は、機械化されたオペレーションにおいて外部性が無く資本使用の効率性が落ちたままである場合を表し、(13)式の分母に相当する。第二項のマイナス値は、機械化されたオペレーションにおける資本使用の効率性の低下は一期のみであるという外部経済効果を表す。この外部効果は、(13)式の分子の部分に相当する。つまり、資本使用の効率性が低下したままの場合よりも生産の効率性を押し上げる効果を持つ。(13)式における分母と分子の関数型が同じであることは、分母が大きいときには分子も大きい、つまり、オペレーションが機械化されるとき資本使用の効率性が落ちるほど、外部経済効果は大きいことを意味する。

図3では、一期前と今期の資本労働比率の関数として、今期の労働一人当り生産を描く¹⁰⁾。 $y_t \equiv Y_t/L_t$ は労働1人当り生産である。一期前の資本労働比率を所与としたもとでは、図4に示すように、今期の労働一人当り生産はその期の資本労働比率の凹関数となる。そして、一期前の資本労働比率の増加は調整の要らない資本型オペレーションの増加を意味するので、各期で見た生産関数を上方へシフトさせる。なお、4節で説明するように、破線は均衡成長経路を表す。

一期前の資本労働比率を所与としたもとでの生産関数のシフトは、総要素生産性（以下、TFPと略す）の成長として見ることができる。市場均衡条件を用い、生産の成長率は、資本と労働の増加率と一期前の資本型オペレーションの増加に分解することができる：

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = g \left(\frac{\dot{K}_t}{K_t}, \frac{\dot{L}_t}{L_t}, \dot{a}_t, \dot{a}_{t-1} \right) = a(k_t) \frac{\dot{K}_t}{K_t} + (1-a(k_t)) \frac{\dot{L}_t}{L_t} r \ln(1-a_{t-1}) \dot{a}_{t-1}.$$

10) この論文では考慮しないが、仮に資本が存在しなくても生産は労働のみでも可能である。また、図3では k_{t-1} についてある正の値を仮定している。

図 3. 市場均衡をととして見た生産関数

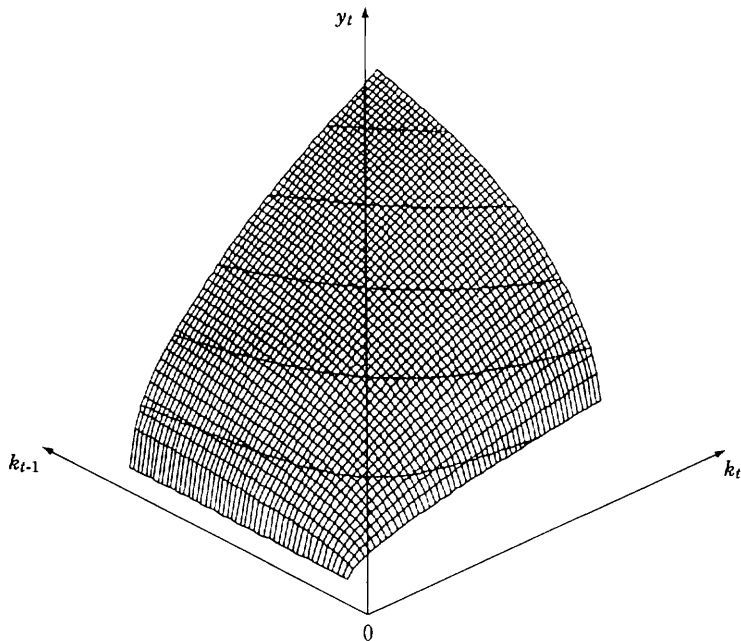
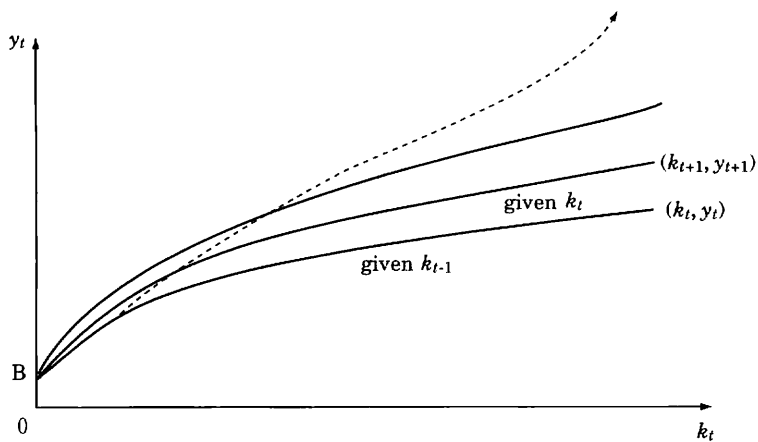


図 4. k_t と y_t の関係



一期前の資本型オペレーションの増加は外部経済効果による調整の必要ない資本型オペレーションの増加を意味するので、それは TFP の成長として現れる。一期前の資本型オペレーションの割合が多いほど、その増加が TFP の成長に与える効果は大きい。しかしながら、今期における資本型オペレーションの割合の増加は、TFP の成長には現れない。これは、最適な資本型オペレーションの割合が要素価格比率に応じて決定され、今期における資本型オペレーションの割合の変化は、コブ・ダグラス型を意味する一定割合のもとでの資本型オペレーション

ションにおける生産関数によって構成される包絡線として表されるからである¹¹⁾。

では、以上により、経済全体における資本労働比率の動学を導出する。閉鎖経済の仮定によって、どの期においても、純貯蓄と資本蓄積は一致しなければならない。そして、初期時点において資産残高と資本ストックが等しいという定義のもと、全期間において $s_t = k_t$ が成立する。家計の予算制約式(5)を使い、資本労働比率の動学は次のように書ける：

$$(1+n) \frac{\Delta k_{t+1}}{k_t} = \frac{r_t + \delta}{a_t} - \frac{c_t}{k_t} - (n+\delta), \quad (14)$$

利子率と資本労働比率の関係は、(11)式で記されている。経済の均衡成長経路は、この(14)式と消費の動学式である(7)式を満たさなければならない。

3. 複数定常状態の可能性

この節では、複数定常状態が発生する可能性について言及する。定常状態は、労働一人当りで測った消費と資本が一定となる状態として定義される：

$$\Delta c_{t+1} = \Delta k_{t+1} = 0, \quad (15)$$

ただし、定常状態における労働一人当り消費と資本を各々、 c 、 k と表す。

この定義を資本と消費の動学式に代入すると、労働一人当り資本は、定常状態において次の関係を満たさなければならない：

$$f(k; B, \gamma) \equiv B(1-a(k))^{r(1-a(k))} = \frac{1+n}{\beta} + \delta - 1. \quad (16)$$

この式の右辺は、外生的に与えられ定数である人口成長率、減価償却率と時間選好率によって規定される。これは、労働一人当りの資本蓄積が続くかどうかを示す基準として考えることができる。

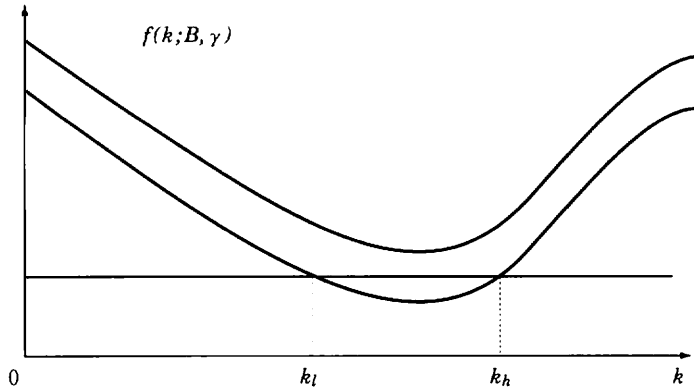
一方、(16)式の左辺における $f(k; B, \gamma)$ は、定常状態で測った資本の限界生産性を表す。図5に示すように、 $f(k; B, \gamma)$ は資本労働比率 k が低いもとでは減少関数であり、資本労働比率が十分高くなってくるとそれは増加関数となる。無限の資本のもと、資本の限界生産性は一定値に収束する。資本型オペレーションの割合の増加は、それが一定であるコブ・ダグラス型生産関数のもとでの資本蓄積に伴う資本の限界生産性の低下を抑える効果を持つ。しかしながら、資本型オペレーションの割合がまだ高くないもとではその効果はまだ小さく、資本の限界生産性は減少したままとなる。資本使用の幅が拡大する効果が資本の収穫通減性を上回るにはまだ不十分なのである。もし、資本型オペレーションの割合が十分高くなれば、それは資本の限界生産性の低下を抑えるだけでなく収穫通増性をもたらすようになる。

さて、パラメータ γ の値に関らず、次式が成立する：¹²⁾

11) この包絡線の性質は、Nakamura and Nakamura (2005) において詳しく説明されている。

12) 本論文においては、機械化されたのならば、どのオペレーションにおいても次期からは資本使用の効率性は落ちないと仮定している。しかしながら、たとえ一部のオペレーションにおいて、資本使

図5. 複数定常状態の可能性



$$B(1-a(0))^{r(1-a(0))} = B, \text{ and } \lim_{k \rightarrow \infty} B(1-a(k))^{r(1-a(k))} = B.$$

γ の値が大きいことは、オペレーションが機械化される時資本使用の効率性が大きく落ちることを意味する。そのとき、所与の k に対して関数 $f(k; B, \gamma)$ はより小さな値をとる。したがって、定常状態の存在は、このパラメータ γ 、生産関数のシフトパラメータ B 、人口成長率 n 、時間選好率 β^{-1} 、減価償却率 δ に依存する。以下、ある k の範囲において $f(k; B, \gamma) < \frac{1+n}{\beta} + \delta - 1$ が成立する場合、そして、どの k に対しても $f(k; B, \gamma) > \frac{1+n}{\beta} + \delta - 1$ が成立する場合を見る。

β^{-1} 、 n と δ が十分小さい、または、 B と γ^{-1} が十分大きいとき、どんな資本労働比率に対しても $f(k; B, \gamma) > \frac{1+n}{\beta} + \delta - 1$ が成立することが可能になる。つまり、経済において資本使用の幅が容易に広がっていくときには、定常状態が存在しない。このときには、たとえ初期資本の値が小さくとも、資本蓄積そして資本使用の幅の拡張は止まることなく、経済は永遠に成長していく。その過程では、資本深化と資本の使用範囲の拡張との間に強い補完関係が存在している。オペレーションの機械化において、 γ の値が小さいときには資本使用の効率性があまり落ちなくなり、機械化が容易になって長期成長が達成されやすくなる。なお、(13)式における分子の外部経済効果と分母は、 γ の値に関らず、定常状態においてキャンセルアウトする。つまり、長期成長の達成に効いてくるのは外部性の大きさではなく、資本の使用範囲の拡張における調整の大きさなのである。

一方、 β^{-1} 、 n と δ が大きい、または、 B と γ^{-1} が小さいとき、資本労働比率のある範囲において $f(k; B, \gamma) < \frac{1+n}{\beta} + \delta - 1$ が成立する。資本使用の幅の拡大が難しい経済においては、潜在的に二つの定常状態が存在する。この複数定常状態の存在は、資本労働比率に関して成長の閾値の存在を意味する。初期の資本労働比率が閾値よりも小さい経済は、長期成長は達成で

√用の効率性は永遠に落ちたままであると仮定しても、資本の限界生産性は低くなるが、均衡成長経路において収穫逓増性が現れることは可能である。

きない。しかしながら、初期の資本労働比率が閾値よりも大きければ、資本蓄積そして成長は止まない。ただし、次節で見るように、成長の閾値は一期前と今期の資本労働比率に依存するため、閾値は点ではなく線で表される。高位定常状態は閾値の一つである。

さて、前節で見たように、均衡成長経路は(7)式と(14)式で表されるが、利子率は今期だけではなく一期前の資本労働比率に依存するため、 $z_t \equiv k_{t-1}$ と定義すると、経済の動学は c_t 、 k_t と z_t の三変数に関する一階差分方程式体系で表される。低位定常状態の近傍でシステムを線形近似しヤコビアン固有値を計算すると、三つの実数解 λ_1^l 、 λ_2^l と λ_3^l を得る。 $-1 < \lambda_1^l < 0 < \lambda_2^l < 1 < \lambda_3^l$ が成立するので、低位定常状態は局所的に鞍点である。一方、高位定常状態のもとでは、三つの実数解 λ_1^h 、 λ_2^h と λ_3^h を得て、 $-1 < \lambda_1^h < 0$ 、そして、 $1 < \lambda_2^h < \lambda_3^h$ が成立する。よって、高位定常状態も局所的に鞍点である。モデルのパラメータ値に関してかなりの範囲で、マイナスの固有値 λ_1^l と λ_1^h は絶対値で見ると各々ゼロに近く、 λ_2^l は1に近い値をとる¹³⁾。したがって、元のシステムにおいては、低位定常状態への収束と高位定常状態への発散は振幅しないという場合を説明する。

4. 均衡成長経路の動学

三変数からなる位相図を考察するのは困難であるから、この節においては、貯蓄率は一定であるとして均衡成長経路を見る¹⁴⁾。経済の動学システムは、今期と一期前の資本労働比率からなる一階階差分方程式体系によって表される：

$$\Delta k_{t+1} = \frac{1}{1+n} (sy_t - (n+\delta)k_t), \quad (17)$$

$$\Delta z_{t+1} = k_t - z_t, \quad (18)$$

ただし、 $s \equiv (y_t - c_t)/y_t$ は貯蓄率であり、そして、前節で定義したように z_t は k_{t-1} である。

図6と図7では、経済における二つの典型的な位相図を描く。図6は定常状態が存在しない場合、そして、図7は複数定常状態が存在する場合である。各図において、 D と E は各々、定常状態における(17)式と(18)式を書いている。 k_t は D の下(上)では増加(減少)しなければならず、 z_t は E の上(下)で増加(減少)しなければならない。 k_t と z_t は両方ともストック変数であるから、あらゆる初期の資本ストック $z_0 \equiv k_{-1}$ と k_0 が可能であり、それらに応じて一本の均衡成長経路が存在する。

13) 生産関数の推定によって得た γ と B の推定値と現実的な β 、 n 、 ρ の値も試みた。さらに、初期時点の-1期と0期の資本にかなり大きな差がない限り、低位定常状態への収束と高位定常状態からの発散において、 c_t 、 k_t と z_t は振幅しない。次節で見る二変数における動学も同様である。

14) 遺産動機を持たない世代間モデルを使っても動学の次元を減らすことができるが、成長の二極化を導出することはできない。本モデルでは、総所得に占める労働所得の割合は成長の過程において小さくなっていき、無限先において漸近的にゼロとなる。したがって、貯蓄は資本の収穫逓増性を生み出すのに十分な大きさを持たなくなる。

図6. 定常状態が存在しない場合の位相図

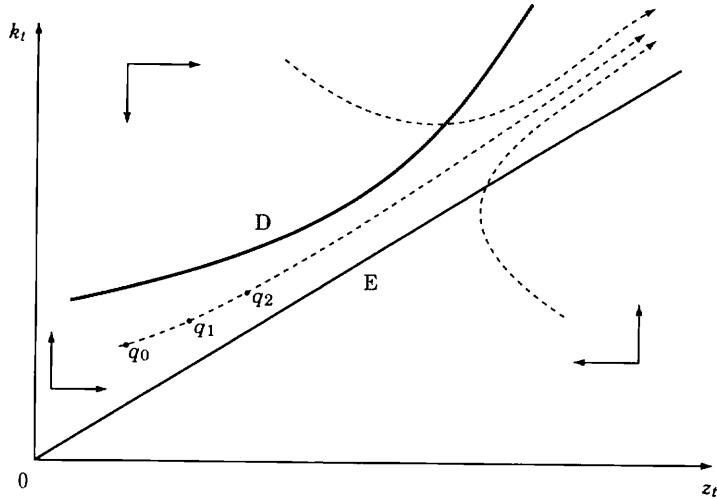
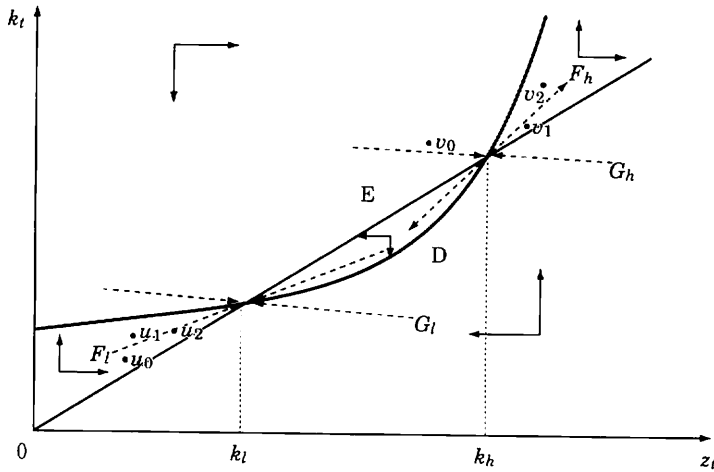


図7. 複数定常状態の場合の位相図



まず、定常状態が存在しない経済の動学を図6によって考察する。生産関数のシフトパラメータが大きく、資本型オペレーションの増加において資本使用の効率性があまり落ちない、また、人口成長率や減価償却率が小さく貯蓄率が高い経済においては、たとえ初期資本が低くても長期成長が可能になる。初期資本が q_0 であれば、経済は q_1 そして q_2 という均衡成長経路をとりながら推移していく。

資本使用の幅の拡張は簡単であるため、以下の補完関係が止まることがない。資本蓄積が進み、資本が労働に対して豊富になると、賃金利子比率は上昇するので、資本蓄積は資本型オペレーションの割合の増加を促す。一期前の資本型オペレーションの増加は、外部性の仮定によって資本使用の効率性が一定である資本型オペレーションの増加を意味する。これら二つの

要因は、資本型オペレーションの割合が固定のもとよりも資本の限界生産性を上昇させ、さらなる資本蓄積を促す。図4の破線によって、この場合の均衡成長経路を例示する。各期の生産関数は資本の収穫通減性を保つが、外部性によってそれは意図せざる形で上昇し、均衡成長経路において、資本の収穫通増性の局面がいずれ現れる。

なお、資本型オペレーションの増加とともに資本所得のシェアは上昇し、労働所得のシェアは低下していく。資本量が無限に存在すれば、生産関数は漸近的にAK型となる。Solow (1958)は、実証分析によって、資本と労働の所得シェアが一定であるという仮定に対して保留を置いている。さらに、Duffy and Papageorgiou (2000)は、CES型生産関数を推定することによって、資本と労働間の代替の弾力性は1ではなくそれよりも大きい値である、つまり、マクロ的な生産関数はコブ・ダグラス型ではなく資本所得のシェアは増えていくという結果を得ている。所得シェアは一定であるという実証結果も多くあるが、議論の余地は十分あるであろう。

第二次世界大戦後、日本やアジア NIEs は初期資本が少ないにも関わらず高成長を遂げ、先進国に追い付いてきている。多くの先進国は日本やアジア NIEs と同様の生産技術のもと、人口成長率は低い、つまり、定常状態を規定する(16)式の右辺は小さな値をとるであろうから、先進国に追い付いた経済や先進国の成長パターンは、図6における動学に相当するであろう。

次に、図7によって複数定常状態が存在する経済を考察する。もし、生産関数のシフトパラメータが小さく、オペレーションの機械化において資本使用の効率がかかなり落ちる、または、人口成長率や減価償却率が大きく貯蓄率が低いとき、定常状態は潜在的に二つ存在する。図7において F_l と G_l は低位定常状態における固有ベクトル、そして、 F_h と G_h は高位定常状態における固有ベクトルを表す¹⁵⁾。高位定常状態へ収束するパスが、成長の閾値を表す。

まず、初期資本が u_0 のように低位定常状態よりも低い場合を考える。資本労働比率の増加が資本型オペレーションの増加を促し、資本型オペレーションが増えたことが資本労働比率の増加を促すという補完関係は発生するがそれは弱く、 u_1 そして u_2 と経済は推移し、いずれ、低位定常状態に収束する。経済は固有ベクトル F_l の周りを振幅するが、 k_t と k_{t-1} は単調増加である。資本の収穫通減性のもと、経済は定常状態へ収束していき、早晚、労働一人当たり所得は一定となる点で定性的には新古典派モデルと同様であるが、このモデルにおいては、資本型オペレーションが増えた分、労働一人当たり所得の定常値は、新古典派モデルにおけるその値よりも高いところで収束する¹⁶⁾。これは、途上国の成長パターンに相当するであろう。

15) 低位定常状態における固有値は二つの実数解であり、一つはゼロとマイナス1との間にあり、もう一つはゼロとプラス1との間にある。したがって、低位定常状態は局所的に安定である。一方、高位定常状態においては、二つの実数解のうち、一つはゼロとマイナス1の間をとるが、もう一つはプラス1よりも大きいので、高位定常状態は鞍点である。

16) 初期資本の値は低位定常状態よりも高いが成長の閾値よりも低い場合は、2節で仮定した機械化の非可逆性によって、資本型オペレーションのある一定割合のもと要素投入量のみが変化して低位定常状態に収束していく。これは、新古典派モデルと同様である。資本型オペレーションの割合が増加メ

一方、初期資本が v_0 のように成長の閾値以上にあるとする。この場合は、 -1 期の資本は高位定常状態よりも低い、経済は v_1 そして v_2 と推移しながら長期成長が達成可能になる。資本使用の範囲の拡張が難しいもとはあるが、資本蓄積と資本型オペレーションの増加に関する補完関係は、初期における高い資本型オペレーションの割合によって強い。経済は、均衡成長経路において既に資本に関して収穫逓増の局面を迎えている。したがって、資本蓄積は資本使用の拡張を促し、その拡張がさらなる資本蓄積を促して成長は止まらない。

5. さいごに

本論文では、生産工程において資本型オペレーションの割合が増えることによって、資本使用の範囲の拡大を考えた。そのことによって、生産要素としては物的資本と労働みから成長の二極化が説明可能であることを示した。

Galor and Weil (2000) は家計の出産行動を考え、人口、技術そして生産の歴史的進化を総合的に説明する成長モデルを示した。彼らのモデルにおいては、成長の罫は「準定常状態」であり、最終的には、技術進歩が停滞から持続成長へ経済を押し上げる。本論文では、人口成長率や生産技術に関するパラメータは外生的に仮定したので、成長の罫に陥った経済は長期成長経路に内生的に移行することは不可能であった。さらに、労働のみに頼った生産からどのように機械化が起こるのかは説明しなかった。よって、Galor and Weil (2000) に従って、停滞から持続成長への移行を説明するモデルの構築を目指したい。

参 考 文 献

- [1] Arrow, K. J. (1962) "The Economic Implications of Learning by Doing," *Review of Economic Studies*, Vol. 29, pp. 155-173.
- [2] Azariadis, C. and Drazen, A. (1990) "Threshold Externalities in Economic Development," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 105, pp. 501-526.
- [3] Burmeister, E., and Dobell, A. R. (1970) *Mathematical Theories of Economic Growth*, London and New York: Macmillan.
- [4] Duffy, J. and Papageorgiou, C. (2000) "A Cross-Country Empirical Investigation of the Aggregate Production Function Specification," *Journal of Economic Growth*, Vol. 5, pp. 87-120.
- [5] Galor, O. (1996) "Convergence? Inference from Theoretical Models," *Economic Journal*, Vol. 106, pp. 1056-1069.
- [6] Galor, O., and Weil, D. N. (2000) "Population, Technology, and Growth: From Malthusian Stagnation to the Demographic Transition and Beyond," *American Economic Review*, Vol. 90, pp. 806-828.
- [7] Galor, O., and Zeira, J. (1993) "Income Distribution and Macroeconomics," *Review of Economic Studies*, Vol. 60, pp. 35-52.
- [8] Kumar, S., and Russell, R. (2002) "Technological Change, Technological Catch-up, and Capital

↘する場合とは動学が非対称となるので、この場合は位相図では記さない。

- Deepening : Relative Contributions to Growth and Convergence," *American Economic Review*, Vol. 92, pp. 527-548.
- [9] Levine, R., and Renelt, D. (1992) "A Sensitivity Analysis of Cross-Country Growth Regression," *American Economic Review*, Vol. 82, pp. 942-963.
- [10] Nakamura, H., and Nakamura, M. (2003) "Economic Growth with Qualitative Change in the Production Process," Hitotsubashi University Discussion Paper No. 151.
- [11] ——— (2005) "Economic Growth with Mechanization of the Production Process," Hitotsubashi University Discussion Paper No. 252.
- [12] Quah, D. (1996) "Twin Peaks : Growth and Convergence in Models of Distribution Dynamics," *Economic Journal*, Vol. 106, pp. 1045-1055.
- [13] Robinson, J. V. (1953-1954) "The Production Function and the Theory of Capital," *Review of Economic Studies*, Vol. 21, pp. 81-106.
- [14] Smith, A. (1789) *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, in three volumes, 5th edition, London : A. Strahan and T. Cadell.
- [15] Solow, R.M. (1958) "A Skeptical Note on the Constancy of Relative Shares," *American Economic Review*, Vol. 48, pp. 618-631.