

氏名	曾 昊智
学位の種類	博士 (理学)
学位記番号	第 6228 号
授与報告番号	甲第 3513 号
学位授与年月日	平成 28 年 3 月 22 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当者
学位論文名	The topology of toric origami manifolds with acyclic proper faces (真の面が非輪状であるトーリック折り紙多様体のトポロジー)
論文審査委員	主査 教授 柘田 幹也 副査 教授 金信 泰造 副査 教授 大仁田 義裕

論文内容の要旨

Toric origami manifolds, introduced by A. Cannas da Silva, V. Guillemin and A. R. Pires, are generalizations of symplectic toric manifolds. They generalized Delzant's classification theorem to toric origami manifolds. It is well known that many topological invariants, such as Betti numbers, cohomology rings and equivariant cohomology rings of symplectic toric manifolds, can be described in terms of the corresponding Delzant polytopes. Hence a natural question is how about toric origami manifolds. Recently, Holm and Pires described the cohomology of a toric origami manifold M in terms of the orbit space M/T under the assumption that M is orientable and each face of the orbit space M/T is acyclic. In this thesis, we mainly study the topology of a wider class of orientable toric origami manifolds: each proper face of the orbit space is acyclic while the orbit space may be arbitrary. We give combinatorial formulas on the Betti numbers and equivariant cohomology rings of orientable toric origami manifolds with acyclic proper faces. The Betti numbers can be expressed in terms of the h -vectors and the first Betti number of the orbit space, and the equivariant cohomology ring can be described by the face ring and the first Betti number of the orbit space M/T . By studying the homomorphism, induced from the restriction map, from the equivariant cohomology ring to the ordinary cohomology rings we describe the most part of the ring structure in cohomology. We conclude the thesis with some observations on the cohomology groups of non-orientable toric origami manifolds. For some special kinds of non-orientable toric origami manifolds, we give explicit formulas to calculate their cohomology groups in terms of their orbit spaces.

論文審査の結果の要旨

本論文は、トーリック折り紙多様体のトポロジーを調べている。トーリック折り紙多様体は、トーリックシンプレクティック多様体を一般化した概念で、2011年に Cannas da Silva-Guillemin-Pires によって導入された。トーリックシンプレクティック多様体は、Delzant の有名な結果により、モーメント写像の像 (Delzant 多面体) で分類される。したがって、トーリックシンプレクティック多様体の幾何学的・トポロジー的性質は、対応する Delzant 多面体の言葉で記述できる筈であるが、実際具体的な記述が知られている。トーリック折り紙多様体の場合、モーメント写像の像は Delzant 多面体が幾重にも重なったもの (折り紙テンプレート) になるが、トーリック折り紙多様体も、モーメント写像の像で分類されることが知られている (Cannas da Silva-Guillemin-Pires)。したがって、トーリック折り紙多様体の幾何学的・トポロジー的性質は、対応する折り紙テンプレートの言葉で記述できる筈であるが、具体的な記述に関しては殆ど何も知られていなかった。

トーリックシンプレクティック多様体 M の場合、 M のトーラス作用による軌道空間 M/T は、(角付き多様体として) モーメント写像の像と同相ゆえ、 M/T 自身および M/T のすべての真の面は非輪状であるが、トーリック折り紙多様体の場合、軌道空間は複雑になる。本論文では、トーリック折り紙多様体 M の軌道空間 M/T 自身は非輪状とは限らないが M/T のすべての真の面が非輪状である場合に、 M のコホモロジー環を M/T (または M に対応する折り紙テンプレート) の言葉で記述している。環構造に関しては、ほぼ完全な、加群構造 (ベッチ数) に関しては、完全な組合せ的記述を与えている。この方面の研究の第 1 歩となる研究と言える。

以上、本論文の結果は重要な知見をもたらしており、博士 (理学) の学位を授与するに値するものと審査した。